1. On calcule le discriminant $\Delta = 16 - 4 \times 6 = -8$.
Comme $\Delta < 0$, l'équation admet deux solutions complexes conjuguées :
$z_1 = \frac{4-\sqrt{8}\,\mathrm{i}}{2} = 2 - \sqrt{2}\,\mathrm{i}$ et $z_2 = \overline{z_1} = 2 + \sqrt{2}\,\mathrm{i}$.

2. $\frac{z_1-3}{z_1} = \frac{-1+\mathrm{i}\sqrt{2}}{2+\mathrm{i}\sqrt{2}} = \frac{(-1+\mathrm{i}\sqrt{2})(2-\mathrm{i}\sqrt{2})}{(2+\mathrm{i}\sqrt{2})(2-\mathrm{i}\sqrt{2})} = \frac{-2+\mathrm{i}\sqrt{2}+2\mathrm{i}\sqrt{2}+2}{4+2} = \frac{3\mathrm{i}\sqrt{2}}{6} = \mathrm{i}\frac{\sqrt{2}}{2}$.

On en déduit que $arg\left(\frac{z_1-3}{z_1}\right) = \frac{\pi}{2}\ (2\pi)$.
Or $\frac{z_1-3}{z_1} = \left(\overrightarrow{\mathrm{OM}_1}, \overrightarrow{\mathrm{BM}_1}\right)$ donc $\left(\overrightarrow{\mathrm{OM}_1}, \overrightarrow{\mathrm{BM}_1}\right) = \frac{\pi}{2}\ (2\pi)$.
Le triangle OBM_1 est donc rectangle en M_1.

3. De la question 2., on déduit que M_1 appartient au cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [OB].

Les nombres complexes z_1 et z_2 étant conjugués, les points M_1 et M_2 sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses.

Or la droite (OB) est confondue avec l'axe des abscisses, donc l'axe des abscisses est axe de symétrie du cercle $\mathcal{C}$.

Le symétrique M_2 de M_1 par rapport à l'axe des abscisses appartient don aussi à $\mathcal{C}$.

Les points O, B, M_1 et M_2 appartiennent donc tous à un même cercle, le cercle de diamètre [OB].

Math'x Terminale S © Éditions Didier 2012