

Chapitre 8 – Exercice guidé page 242

**1. a.**  $F(0) = \int_0^0 f(t)dt = 0.$

**b.** • Pour  $x \in [0 ; 4]$  :

Sur la courbe représentant la fonction  $f$ , on peut lire que la fonction  $f$  est positive sur  $[0 ; 4]$ .

De plus  $0 \leq x$ , donc  $\int_0^x f(t)dt$  est positive (propriété 4 page 238).

Autrement dit  $F(x) \geq 0$  sur  $[0 ; 4]$ .

• Pour  $x \in [-3 ; 0]$  :

Sur la courbe représentant  $f$ , on peut lire que  $f$  est négative sur  $[-3 ; 0]$ .

Comme  $x \leq 0$ , pour pouvoir utiliser la propriété 4 page 238 (qui nécessite  $a \leq b$ ), on transforme  $F(x)$  :

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt = - \int_x^0 f(t)dt.$$

On a donc  $x \leq 0$  et  $f$  négative sur  $[x ; 0]$ . Par la propriété 4, on en déduit que  $\int_x^0 f(t)dt$  est négative.

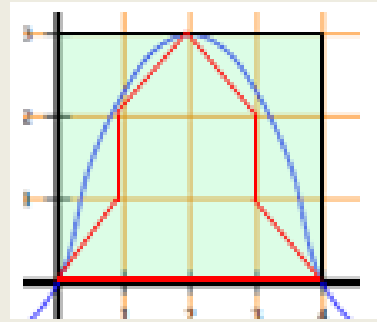
Par conséquent  $F(x)$  est positive sur  $[-3 ; 0]$ .

**c.**  $F(4) = \int_0^4 f(t)dt$  avec  $f$  positive sur  $[0 ; 4]$ .

Donc  $F(4)$  est l'aire, en unités d'aires, de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe représentant la fonction  $f$  et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = 4$ .

Cette aire est :

- inférieure à l'aire du rectangle coloré en vert, de dimensions 4 et 3 unités donc d'aire 12 unités d'aire .
- supérieure à l'aire du polygone tracé en rouge qui a pour aire 6 unités d'aire.



On a donc  $6 \leq F(4) \leq 12$ .

**2. a.** Par définition (voir définition 3 page 238 et les remarques qui la suivent),  $F$  est la primitive de  $f$  sur  $[-3 ; 8]$  qui s'annule en 0.

Par conséquent,  $F$  est dérivable sur  $[-3 ; 8]$  et que  $F' = f$ .

Donc  $f$  est la dérivée de  $F$  sur  $[-3 ; 8]$ .

Le sens de variation de  $F$  est donné par le signe de sa dérivée  $f$ .

Par lecture graphique,  $f$  est positive sur  $[0 ; 4]$  et négative sur  $[-3 ; 0]$  et sur  $[4 ; 8]$ . On en déduit le tableau de variation de  $F$  :

$x$	-3	0	4	8	
Signe de $f(x)$	-	0	+	0	-
Variations de $F$					

La fonction  $F$  est strictement décroissante sur  $[-3 ; 0]$  et sur  $[4 ; 8]$  et strictement croissante sur  $[0 ; 4]$ .

**b.** Les sens de variations et les signes des deux fonctions représentées par les courbes A et B sont cohérents avec le sens de variation de  $F$  et avec le signe de  $F$ .

Pour les autres renseignements obtenus précédents :

- $F(0) = 0$  n'est pas respecté pour la courbe A. Elle est donc éliminée.
- $6 \leq F(4) \leq 12$  n'est pas respecté pour la courbe B, elle aussi éliminée.

Aucune des deux courbes ne peut donc représenter la fonction  $F$  sur  $[-3 ; 8]$ .