$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ avec $u(x) = \mathrm{e}^{2x} - 1$ et $v(x) = \mathrm{e}^{x} + 1$.

Les fonctions u et v sont dérivables sur $\mathbb{R}$ et v ne s'annule pas sur $\mathbb{R}$ (car $\mathrm{e}^{x} > 0$ donc $v(x) > 1$ sur $\mathbb{R}$) donc f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et

$f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{\left(v(x)\right)^2} = \frac{2\mathrm{e}^{2x}(\mathrm{e}^{x}+1) - (\mathrm{e}^{2x}-1)\mathrm{e}^{x}}{(\mathrm{e}^{x}+1)^2}$

$f'(x) = \frac{2\mathrm{e}^{3x} + 2\mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^{3x} + \mathrm{e}^{x}}{(\mathrm{e}^{x}+1)^2} = \frac{\mathrm{e}^{3x} + 2\mathrm{e}^{2x} + \mathrm{e}^{x}}{(\mathrm{e}^{x}+1)^2}$.

On peut remarquer que $f'(x) = \frac{\mathrm{e}^{x}(2\mathrm{e}^{2x} + 2\mathrm{e}^{x} + 1)}{(\mathrm{e}^{x}+1)^2} = \frac{\mathrm{e}^{x}(\mathrm{e}^{x}+1)^2}{(\mathrm{e}^{x}+1)^2} = \exp(x)$.

Ceci incite à observer de plus près $f(x)$:

$$f(x) = \frac{(\mathrm{e}^{x})^2 - 1}{\mathrm{e}^{x}+1} = \frac{(\mathrm{e}^{x}-1)(\mathrm{e}^{x}+1)}{\mathrm{e}^{x}+1} = \mathrm{e}^{x} - 1 \text{ sur} \mathbb{R}.$$

On retrouve ainsi $f'(x) = \mathrm{e}^{x}$.