1. a. Voir la définition page 102.

b. Soit un réel A quelconque.

Par hypothèse, la suite (u_n) a pour limite $+\infty$. Il existe donc un entier naturel n_0 tel que pour tout entier $n \geq n_0$, $u_n > A$.

De plus on a supposé que pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n \leq v_n$.

On en déduit que pour tout entier $n \geq n_0$, on a $A < u_n \leq v_n$ et a fortiori, $A < v_n$.

Pour tout réel A, il existe donc un entier n_0 tel que pour tout entier $n \geq n_0$, on ait $v_n > A$. C'est dire que la suite (v_n) a pour limite $+\infty$.

2. Soit $v_n = n^2 + \frac{(-1)^n}{n+1}$ pour tout $n \geq 0$.

Pour tout $n \geq 0, -1 \leq (-1)^n$ donc, en divisant par $n+1$ strictement positif, $-\frac{1}{n+1} \leq \frac{(-1)^n}{n+1}$.

On en déduit que pour tout n de $\mathbb{N}$, $n^2 - \frac{1}{n+1} \leq v_n$.

Or la suite $\left(n^2 - \frac{1}{n+1}\right)$ a pour limite $+\infty$ par théorèmes d'opérations, donc par le résultat démontré en question 1.b., on en déduit que la suite $\left(n^2 + \frac{(-1)^n}{n+1}\right)$ a pour limite $+\infty$.