

Chapitre 4 – Évaluer ses capacités – Exercice 98

- a. Comme $17 > 1$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} 17^n = +\infty$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2 \times 17^n = +\infty$.
Comme $-1 < -0,5 < 1$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-0,5)^n = 0$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4 \times (-0,5)^n = 0$.
Par conséquent $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2 \times 17^n + 4 \times (-0,5)^n = +\infty$.
- b. $\frac{4n^2+3n-2}{-2n+5}$ est un quotient de deux polynômes donc sa limite en $+\infty$ est celle du quotient de son terme de plus haut degré du numérateur par son terme de plus haut degré du dénominateur.
Donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2+3n-2}{-2n+5} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2}{-2n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} -2n = -\infty$.
- c. On sait que pour tout entier n , $-1 \leq \cos(n) \leq 1$ donc en multipliant par e^{-n} , toujours positif, on obtient $-3e^{-n} \leq 3e^{-n} \cos n \leq 3e^{-n}$.
Or $e^{-n} = \left(\frac{1}{e}\right)^n$ de la forme q^n avec $q = \frac{1}{e}$ donc $0 < q < 1$.
On en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} e^{-n} = 0$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} -e^{-n} = 0$ puis, par le théorème des gendarmes que $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3e^{-n} \cos n = 0$.