

## Chapitre 4 – Évaluer ses capacités – Exercice 98

a. Comme  $17 > 1$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 17^n = +\infty$  donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2 \times 17^n = +\infty$ .

Comme  $-1 < -0,5 < 1$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-0,5)^n = 0$  donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4 \times (-0,5)^n = 0$ .

Par conséquent  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2 \times 17^n + 4 \times (-0,5)^n = +\infty$ .

b.  $\frac{4n^2+3n-2}{-2n+5}$  est un quotient de deux polynômes donc sa limite en  $+\infty$  est celle du quotient de son terme de plus haut degré du numérateur par son terme de plus haut degré du dénominateur.

$$\text{Donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2+3n-2}{-2n+5} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4n^2}{-2n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} -2n = -\infty.$$

c. On sait que pour tout entier  $n$ ,  $-1 \leq \cos(n) \leq 1$  donc en multipliant par  $e^{-n}$ , toujours positif, on obtient  $-3e^{-n} \leq 3e^{-n} \cos n \leq 3e^{-n}$ .

Or  $e^{-n} = \left(\frac{1}{e}\right)^n$  de la forme  $q^n$  avec  $q = \frac{1}{e}$  donc  $0 < q < 1$ .

On en déduit que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} e^{-n} = 0$  et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} -e^{-n} = 0$  puis, par le théorème des gendarmes que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3e^{-n} \cos n = 0$ .