Solution 1

On écrit $g(x)$ sous la forme $3 - 4\,h(x)$ où $h(x) = \frac{1}{x+1}$.

Comme $-4 < 0$, la fonction $x \mapsto -4\,h(x)$ a le sens de variation contraire de celui de h.

Donc g a un sens de variation contraire à celui de h.

On obtient les variations de h comme à la question b.

D'où le tableau suivant, en posant $u(x) = x + 1$.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
Variations et signe de u	↗	$u(x) < 0$	0	$u(x) > 0$	↗
Variations de $h = \frac{1}{u}$	↘		‖	↘	
Variations de g	↗			↗	

La fonction g est strictement croissante sur $]-\infty\,;-1[$ et sur $]-1\,;+\infty[$.

Solution 2

On peut dériver la fonction g dérivable sur $]-\infty\,;2[$ et sur $]\,2\,;+\infty[$:

$$g'(x) = -7 \times \left(-\frac{u'(x)}{u(x)^2}\right) = -7 \times \frac{-1}{(x+1)^2} = \frac{7}{(x+1)^2}$$

Sur chacun des intervalles $]-\infty\,;-1[$ et $]-1\,;+\infty[$, $g'(x)$ est strictement positive car $(x+1)^2 > 0$ pour tout $x \neq -1$.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
Signe de $g'(x)$		+	$\Vert$	+	
Variations de g		$\nearrow$	$\Vert$	$\nearrow$	

Donc la fonction g est strictement croissante sur $]-\infty\,;2[$ et sur $]\,2\,;+\infty[$.

Conseil

On peut contrôler graphiquement en traçant la courbe représentative de g à la calculatrice.