1. X suit la loi normale $\mathcal{N}(100\ ;\ 15^2)$.
A l'aide d'un tableur ou d'une calculatrice, on détermine des valeurs approchées des probabilités demandées :

- $P(X < 70) \approx 0{,}023$ à 10^{-3} près

Avec la calculatrice : solution 1

$P(X < 70) \approx P(-10^{99} \leq X \leq 70)$ et on obtient à la calculatrice

$P(-10^{99} \leq X \leq 70) \approx 0{,}023$ à 10^{-3} près.

Sur Casio Graph 35 + : NormCD(-10^99,70,15,100)

Sur TI 83 : normalFRép(-10^99,70,100,15)

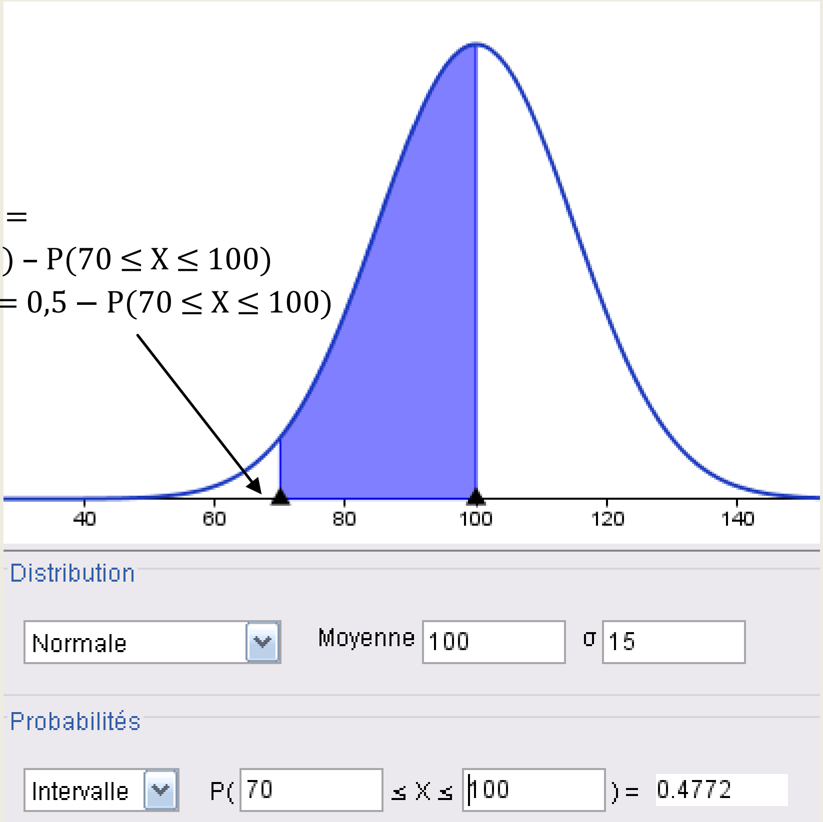
Avec la calculatrice : solution 2

$P(X < 70) = P(X \leq 100) - P(70 \leq X \leq 100)$

$= 0{,}5 - P(70 \leq X \leq 100) \approx 0{,}5 - 0{,}477 = 0{,}023.$

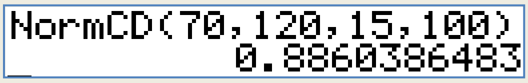
Interprétation graphique :

$P(X \leq 70) =$
$P(X \leq 100) - P(70 \leq X \leq 100)$
$= 0{,}5 - P(70 \leq X \leq 100)$



▪ $P(70 < X < 120) \approx 0{,}886$ à la calculatrice.

Sur CasioGraph 35 + :



Sur TI 83 : normalFRép(70,120,100,15)

▪ **$P(X > 120)$**

$P(X > 120) = 1 - P(X \leq 120)$

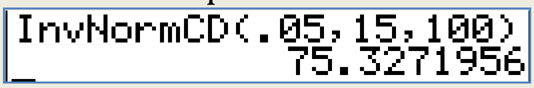
$= 1 - P(X < 70) - P(70 \leq X \leq 120)$

$\approx 1 - 0{,}023 - 0{,}886 \approx 0{,}091.$

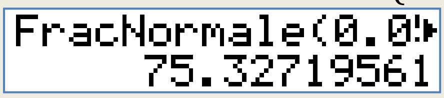
2. a. On cherche x tel que P(X ≤ x) = 0,5. Par propriété, X suivant la loi normale de moyenne μ = 100, on a $x = 100$.
La probabilité qu'un individu pris au hasard ait un score de DI inférieur à 100 est 0,5.

b. On cherche x tel que P(X ≤ x) = 0,05.
A la calculatrice, on obtient $x \approx 75{,}3$.
La probabilité qu'un individu pris au hasard ait un score de QI inférieur à 75,3 est environ 0,05.

Sur CasioGraph 35 + :



Sur TI 83 : FracNormale(0.05,100,15)



c. Par la même démarche, on trouve que la probabilité qu'un individu pris au hasard ait un score de QI inférieur à 93,5 est environ $\frac{1}{3}$.

3. On cherche ici x tel que P(X ≥ x) =0,05, autrement dit tel que
1 – P(X < x) = 0,05, soit P(X < x) = 0,95.

A la calculatrice on trouve $x \approx 124{,}7$ (même procédure qu'à la question 2).
La probabilité qu'un individu pris au hasard ait un score de QI supérieur à 124,7 est environ 0,05.

4. On assimile la proportion d'individus ayant un QI d'au moins 130 à la probabilité qu'une personne prise au hasard ait un QI d'au moins 130.

On cherche donc l'écart type σ de la loi $N(100\ ;\sigma^2)$ suivie par X pour que P(X ≥ 130) = 0,105.

La variable aléatoire Z = $\frac{X-100}{\sigma}$ suit alors la loi normale $N(0 ; 1)$.

De plus X ≥ 130 ⟺ X −100 ≥ 30 ⟺ Z ≥ $\frac{30}{\sigma}$.

On cherche donc σ tel que P(Z ≥ $\frac{30}{\sigma}$) = 0,105 c'est-à-dire tel que
P(Z < $\frac{30}{\sigma}$) = 1 – 0,105 = 0,895 où Z suit la loi normale $N(0 ; 1)$.

A la calculatrice on détermine t tel que P(Z ≤ t) = 0,105 et on obtient
t ≈ 1,254 (par InvNormCD(0.895,1,0) sur Casio Graph 35 +, et par FracNormale(0.895,0,1) sur TI 83).

On a donc $\frac{30}{\sigma} \approx 1,254$ soit $\sigma \approx 24$.

Remarque

On s'appuie ici sur la définition 5 page 408 en faisant intervenir la variable Z, centrée et réduite, qui suit la loi $N(0 ; 1)$ entièrement connue contrairement à la loi suivie par X dont on en connaît pas l'écart type.