1. A a pour coordonnées $((-9;-4;-1)$ et d a pour représentation paramétrique : $\begin{cases} x=-7+2t \\ y=-8+3t \\ z=t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

$\begin{cases} -9=-7+2t \\ -4=-8+3t \\ -1=t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ t=\frac{4}{3} \\ t=-1 \end{cases}$.

Ce système n'a pas de solution donc A$\notin$ *d*.

↘ Méthode :
On montre qu'il n'existe pas de réel t pour lequel les coordonnées de A vérifient la représentation paramétrique de d.

2. a. M est un point quelconque de *d* de paramètre *t* donc $\begin{cases} x_M=-7+2t \\ y_M=-8+3t \\ z_M=t \end{cases}$.

$\mathrm{AM}^2=(x_M-x_A)^2+(y_M-y_A)^2+(z_M-z_A)^2$
$\mathrm{AM}^2=(-7+2t+9)^2+(-8+3t+4)^2+(t+1)^2$
$\mathrm{AM}^2=14t^2-14t+21=7(2t^2-2t+3)$

↘ Méthode :
Le repère étant orthonormé, on utilise l'expression de la distance de deux points (Propriété 3 page 342)

b. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t)=2t^2-2t+3$.
f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout t de $\mathbb{R}$, $f'(t)=4t-2$.
On en déduit le tableau de variations suivant :

t	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
f	↘		$\frac{5}{2}$	↗	

Donc f est strictement décroissante sur $]-\infty;\frac{1}{2}[$ et strictement croissante sur $]\frac{1}{2};+\infty[$.

↘ Méthode :
La fonction f est une fonction du second degré : on peut donc aussi établir son tableau de variations directement : a=2>0 donc f est décroissante puis croissante et $-\frac{b}{2a}=\frac{1}{2}$ donc f atteint un minimum pour $x=\frac{1}{2}$.

c. On remarque que $\mathrm{AM}^2=7f(t)$t) d'où AM = $\sqrt{7f(t)}$.

7 > 0 donc la fonction $u : t \mapsto 7f(t)$ a les mêmes variations que f.
De plus, f est positive donc u aussi et $\sqrt{u}$ a les mêmes variations que f, c'est-à-dire $\sqrt{u}$ est strictement décroissante sur $]-\infty;\frac{1}{2}[$ et strictement croissante sur $]\frac{1}{2};+\infty[$ et atteint un minimum pour $t=\frac{1}{2}$.

Conseil :
Revoir les propriétés sur les variations d'une fonction dans les rappels de première page 473.

Par suite, la distance AM est minimale pour $t = \frac{1}{2}$ soit pour M = I

avec $\begin{cases} x_{\mathrm{I}} = -7 + 2 \times \frac{1}{2} = -6 \\ y_{\mathrm{I}} = -8 + 3 \times \frac{1}{2} = -\frac{13}{2} \\ z_{\mathrm{I}} = \frac{1}{2} \end{cases}$.

D'où $\mathrm{I}(-6\,;-\frac{13}{2}\,;\frac{1}{2})$.

↘ Méthode :
On relie les variations de AM à celle de la fonction *f*.

3. $d : \begin{cases} x = -7 + \mathbf{2}t \\ y = -8 + \mathbf{3}t \\ z = \mathbf{1}t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ donc $\vec{u}(2; 3; 1)$ est un vecteur directeur de *d*.

$\overrightarrow{\mathrm{IA}}\left(-3\,; \frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ donc

$\overrightarrow{\mathrm{IA}} \cdot \vec{u} = -3 \times 2 + \frac{5}{2} \times 3 - \frac{3}{2} \times 1 = -6 + \frac{15}{2} - \frac{3}{2} = 0$

d'où (IA) est orthogonale à *d*.

Comme de plus $\mathrm{I} \in d$ (d'après la question 2.c), I est le projeté orthogonal de A sur la droite *d*.

↘ Méthode :
Pour montrer que I est le projeté orthogonal de A sur *d*, il suffit de montrer que I appartient à *d* et que (IA) est orthogonale à *d*.

.