

Chapitre 11 - Pour reprendre contact - Aide - Exercice 1

Choisir un repère pour démontrer une orthogonalité

Énoncé

On considère un carré ABCD de côté 4 et les points K et L tels que $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BL} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.
Démontrer que les droites (KC) et (DL) sont orthogonales.

Solution

Soit I et J les points tels que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.

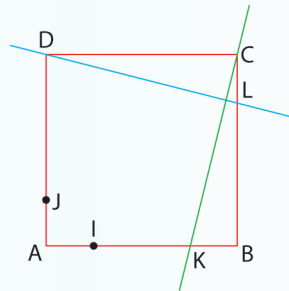
Le repère (A, I, J) est orthonormé car (AI) \perp (AJ) et AI = AJ = 1.

Dans ce repère, on a K(3 ; 0), C(4 ; 4), L(4 ; 3), D(0 ; 4)

donc $\overrightarrow{KC} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DL} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Alors $\overrightarrow{KC} \cdot \overrightarrow{DL} = 1 \times 4 + 4 \times (-1) = 0$
donc (KC) et (DL) sont orthogonales.

Une autre solution est donnée à l'exercice résolu 7 page 317.



MÉTHODE

Pour démontrer que des droites (AB) et (CD) sont orthogonales, on peut :

- choisir un repère orthonormé,
- calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ et vérifier que ce produit scalaire est nul.