Chapitre 10 – Evaluer ses capacités – Exercice 78

a. Les commandes 1 et 2 permettent de définir les points A, B, C et D par leurs coordonnées : $A(3;-1;5)$, $B(-2;1;3)$, $C(4;0;2)$ et $D(2;2;-1)$.

La commande 3 permet de calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BA}$:

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}6\\-1\\-1\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}4\\1\\-4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}5\\-2\\2\end{pmatrix}$.

La commande 4 permet de résoudre le système de 3 équations à 2 inconnues, *u* et *v* suivant : $\begin{cases}6u+4v=5\\-u+v=-2\\-u-4v=2\end{cases}$

La réponse 4 permet de conclure qu'il n'existe pas de réels *u* et *v* vérifiant ce système.

On en déduit qu'il n'existe pas de réels *u* et *v* tels que $u\overrightarrow{BC}+v\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}$ donc A n'appartient pas au plan (BCD).

Conseil :
Ecrire les commandes et les réponses du logiciel sous la forme mathématique habituelle.

↘ Méthode :
On reconnaît les coordonnées de $\overrightarrow{BC}$ dans les coefficients de *u*, celles de $\overrightarrow{BD}$ dans ceux de *v* et celles de $\overrightarrow{BA}$ dans les constantes.

On utilise la propriété 7 page 312 : Un point M appartient au plan (ABC) si et seulement si il existe deux réels *x* et *y* tels que $\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$.

b. On cherche deux réels *u* et *v* tels que $\overrightarrow{BE}=u\overrightarrow{BC}+v\overrightarrow{BD}$.

Or $\overrightarrow{BE}(2;3;-7)$, $\overrightarrow{BC}(6;-1;-1)$ et $\overrightarrow{BD}(4;1;-4)$.

On en déduit que $\overrightarrow{BE}=u\overrightarrow{BC}+v\overrightarrow{BD}\Leftrightarrow\begin{cases}6u+4v=2\\-u+v=3\\-u-4v=-7\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}6u+4v=2\\-u+v=3\\5v=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-6+8=2\\u=-1\\v=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u=-1\\v=2\end{cases}$$

On en déduit que $\overrightarrow{BE}=-\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{BD}$ et E appartient à (BCD).

↘ Méthode :
On utilise la même propriété 7 page 312.
On obtient un système de trois équations à deux inconnues.

On détermine *u* et *v* à l'aide de la deuxième et de la troisième équation et on vérifie la première équation.

Conseil :
Utiliser un logiciel de calcul formel pour vérifier le résultat : voir le fichier C10_Exercice78.xws