

La situation

Une fonction f , strictement monotone sur un intervalle $[a; b]$, s'annule une seule fois sur cet intervalle. Autrement dit l'équation $f(x) = 0$ a une unique solution dans $[a ; b]$.

Écrivons un algorithme plus général qui demande :

- les valeurs des bornes a et b de l'intervalle sur lequel on a prouvé que la fonction f s'annule une fois et une seule,
- l'entier n tel que l'algorithme fournit un encadrement de longueur inférieure ou égale à 10^{-n} de la solution de l'équation $f(x) = 0$ sur $[a ; b]$.

Analyse

Il s'agit de recommencer plusieurs fois le partage en deux de l'intervalle dans lequel on localise la solution selon la méthode travaillée au TP3 page 46.

On ne sait pas combien de fois itérer ce processus de partage en deux mais on sait quand on pourra arrêter ces itérations : lorsque la longueur de l'intervalle obtenu sera inférieure ou égale à 10^{-n} .

Il s'agit donc d'une boucle « Tant que... Fin tant que »

Algorithme

		Commentaires
ENTREES	Saisir a, b, n, m	À chaque étape m contiendra le milieu de $[a ; b]$
TRAITEMENT	<pre> Tant que $b - a > 10^{-n}$ Faire m prend la valeur $\frac{a+b}{2}$ Si $f(a)f(m) < 0$ Alors b prend la valeur m Sinon a prend la valeur m Fin Si Fin Tant que </pre>	<p>À chaque passage dans la boucle :</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ L'intervalle $[a ; b]$ contient la solution de l'équation $f(x) = 0$. ▪ On le coupe en deux en calculant m. ▪ Si $f(a)f(m) < 0$, la solution appartient à $[a ; m]$ donc $[a ; b]$ est remplacé par $[a ; m]$ (b prend la valeur m). <p>Sinon la solution appartient à $[m ; b]$ donc $[a ; b]$ est remplacé par $[m ; b]$ (a prend la valeur m).</p>
SORTIES	Afficher a et b	On est sorti de la boucle, donc les valeurs de a et b sont telles que $b - a \leq 10^{-n}$. De plus, par construction, l'intervalle $[a ; b]$ contient la solution de l'équation $f(x) = 0$.