Chapitre 10 – Corrigé détaillé – Objectif Bac

1. $\vec{u}\,(-1\,;1;\,-3)$ et $\overrightarrow{u'}\,(1\,;-1\,;2)$ sont des vecteurs directeurs respectifs de D et D'.

Les coordonnées de $\vec{u}$ et $\overrightarrow{u'}$ ne sont pas proportionnelles, donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\overrightarrow{u'}$ ne sont pas colinéaires et donc D et D' ne sont pas parallèles.
D et D' peuvent être soit sécantes, soit non coplanaires.

Cherchons s'il existe un point M$(x\,;y\,;z)$ commun à D et D'c'est-à-dire s'il existe des réels t et t' tels que l'on ait à la fois $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ et $\begin{cases} x = 2 + t' \\ y = -2 - t' \\ z = 4 + 2t' \end{cases}$

Attention, il faut bien choisir un nom différent pour les deux paramètres, car si M est le point d'intersection de D et de D', on a $\overrightarrow{AM} = t\vec{u}$ (avec A(1 ;–1 ;2)) et $\overrightarrow{BM} = t'\vec{u}$ (avec B(2 ;–2 ;4)) pour une valeur de t et une valeur de t' qui n'ont aucune raison d'être égales.

On résout donc le système $\begin{cases} 1 - t = 2 + t' \\ -1 + t = -2 - t' \\ 2 - 3t = 4 + 2t' \end{cases}$

Il équivaut successivement à $\begin{cases} t = -1 - t' \\ -1 + (-1 - t') = -2 - t' \\ 2 - 3(-1 - t') = 4 + 2t' \end{cases}$ puis $\begin{cases} t = -1 - t' \\ -2 = -2 \\ t' = -1 \end{cases}$

soit $\begin{cases} t = 0 \\ t' = -1 \end{cases}$. Il a donc un unique couple solution.

Le point M correspondant a pour coordonnées $(1\,;-1\,;2)$.

On remplace t par 0 dans la représentation paramétrique de D ou t' par –1 dans la représentation paramétrique de D'.

$M(1\ ;\ -1\ ;\ 2)$ est commun aux droites D et D’ qui sont donc deux droites sécantes. La bonne réponse est la réponse **c.**

Si le système n’avait pas eu de solution, on aurait pu conclure à des droites non coplanaires.

2. On peut commencer par tester si les points $A(1\ ;\ 2\ ;\ -4)$ et $B(-3\ ;\ 4\ ;\ 1)$ appartiennent ou non à la droite *d*.

Cette stratégie permet de conclure rapidement dans le cas où un des deux points au moins appartient à la droite *d*.

▪On cherche s’il existe un réel t tel que $\begin{cases} x_A = -11 - 4t \\ y_A = 8 + 2t \\ z_A = 11 + 5t \end{cases}$

$x_A = -11 - 4t \Leftrightarrow 1 = -11 - 4t \Leftrightarrow t = -3.$

Et pour $t = -3$, $8 + 2t = 8 - 6 = 2 = y_A$ et $11 + 5t = 11 - 15 = -4 = z_A$.

Donc A est le point de paramètre $t = -3$ de la droite *d*.

▪On cherche s’il existe un réel t tel que $\begin{cases} x_B = -11 - 4t \\ y_B = 8 + 2t \\ z_B = 11 + 5t \end{cases}$

$x_B = -11 - 4t \Leftrightarrow -3 = -11 - 4t \Leftrightarrow t = -2.$

Et pour $t = -2$, $8 + 2t = 8 - 4 = 4 = y_B$ et $11 + 5t = 11 - 10 = 1 = z_B$.

Donc B est le point de paramètre $t = -2$ de la droite *d*.

Comme les points A et B appartiennent à d et sont distincts, d est la droite (AB). La bonne réponse est la réponse **b.**

Remarque
Si un seul des deux points avait appartenu à *d*, on aurait pu conclure à des droites sécantes.

Autre stratégie : on aurait pu aussi adopter la même démarche que dans le 1., en cherchant à savoir tout d'abord si les droites d et (AB) sont parallèles ou non.

La droite d est dirigée par le vecteur $\vec{u}(-4\,;2\,;5)$. Comme $\overrightarrow{\mathrm{AB}}(-4\,;2\,;5)$, les droites d et (AB) sont parallèles.

On cherche ensuite si A appartient à la droite d : $x_{\mathrm{A}} = -11 - 4t$ pour $t = -3$.

De plus pour $t = -3$, on a $8 + 2\mathrm{t} = 2 = y_{\mathrm{A}}$ et $11 + 5\mathrm{t} = -4 = z_{\mathrm{A}}$.

Donc A appartient bien à la droite d.
Les droites d et (AB) sont donc confondues.

Remarques

▪ Si A n'avait pas appartenu à la droite d, on aurait pu conclure à des droites strictement parallèles.

▪ On aurait pu aussi bien chercher si B appartient à la droite d ou non.

.