

## Chapitre 5 -- Exercice 37

**Calculer  $\sin a$  et  $\cos a$  : approximants de Padé**

L'objectif de ce problème est d'étudier comment un calculateur peut calculer  $\sin a$  et  $\cos a$  quand il ne sait faire a priori que des opérations arithmétiques : addition, soustraction, multiplication et division.

- 1. a.** Pourquoi suffit-il de savoir calculer  $\sin a$  et  $\cos a$  pour des réels  $a$  positifs pour pouvoir calculer  $\sin a$  et  $\cos a$  pour tout réel  $a$  ?
  - b.** Pourquoi suffit-il de savoir calculer  $\sin a$  et  $\cos a$  sur l'intervalle  $[-\pi ; \pi]$  pour pouvoir calculer  $\sin a$  et  $\cos a$  pour tout réel  $a$  ?
  - c.** Écrire un algorithme qui demande un réel  $a$  positif et fournit un réel  $b$  de  $[-\pi ; \pi]$  qui a le même sinus et le même cosinus que  $a$ .
2. Le logiciel Xcasfr fournit des « approximants de Padé » de  $\sin(x)$ .

```
pade(sin(x),x,10,7)
(551*x^5-22260*x^3+166320*x)/(75*x^4+5460*x^2+166320)
```

Représenter à la calculatrice sur un même graphique, pour  $-10 \leq x \leq 10$ , la fonction sinus et la fonction rationnelle fournie par le logiciel.

Que constate-t-on sur  $[-\pi; \pi]$  ?

3. Écrire un algorithme qui demande un réel  $a$  positif et affiche une valeur approchée de  $\sin a$  obtenue avec cet approximant de Padé, ainsi que la valeur de  $\sin a$  fournie par le logiciel.

## ►Pour aller plus loin

À l'aide du logiciel Xcas, modifier l'algorithme pour obtenir une valeur approchée de  $\cos a$  pour tout réel  $a$ .

*d'après IREM de la Réunion*

## Remarque

Les calculatrices utilisent un autre algorithme, l'algorithme de CORDIC.