

Calculer $\sin a$ et $\cos a$: approximants de Padé

L'objectif de ce problème est d'étudier comment un calculateur peut calculer $\sin a$ et $\cos a$ quand il ne sait faire a priori que des opérations arithmétiques : addition, soustraction, multiplication et division.

1. **a.** Pourquoi suffit-il de savoir calculer $\sin a$ et $\cos a$ pour des réels a positifs pour pouvoir calculer $\sin a$ et $\cos a$ pour tout réel a ?
- b.** Pourquoi suffit-il de savoir calculer $\sin a$ et $\cos a$ sur l'intervalle $[-\pi ; \pi]$ pour pouvoir calculer $\sin a$ et $\cos a$ pour tout réel a ?
- c.** Écrire un algorithme qui demande un réel a positif et fournit un réel b de $[-\pi ; \pi]$ qui a le même sinus et le même cosinus que a .

2. Le logiciel Xcasfr fournit des « approximants de Padé » de $\sin(x)$.

```
pade(sin(x),x,10,7)
(551*x^5-22260*x^3+166320*x)/(75*x^4+5460*x^2+166320)
```

Représenter à la calculatrice sur un même graphique, pour $-10 \leq x \leq 10$, la fonction sinus et la fonction rationnelle fournie par le logiciel.

Que constate-t-on sur $[-\pi; \pi]$?

3. Écrire un algorithme qui demande un réel a positif et affiche une valeur approchée de $\sin a$ obtenue avec cet approximant de Padé, ainsi que la valeur de $\sin a$ fournie par le logiciel.

✚ Pour aller plus loin

À l'aide du logiciel Xcas, modifier l'algorithme pour obtenir une valeur approchée de $\cos a$ pour tout réel a .

d'après IREM de la Réunion

Remarque

Les calculatrices utilisent un autre algorithme, l'algorithme de CORDIC.