

### **Exercice 87**

#### **1. Dans un repère**

a. A, B, D ne sont pas alignés donc (A, B, D) est un repère du plan.

ABCD est un carré donc les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires et  $AB = AD$ .

Le repère (A, B, D) est donc orthonormé.

b. On lit directement que  $A(0 ; 0)$ ,  $B(1 ; 0)$ ,  $C(1 ; 1)$ ,  $D(0 ; 1)$ .

Comme B est le milieu de [AE] on a  $AE = 2$  donc  $E(2 ; 0)$ .

I étant le milieu de [BC], on peut aussi trouver directement les coordonnées de I, ou les calculer :

$$x_I = \frac{x_B + x_C}{2} = 1 \text{ et } y_I = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{1}{2}.$$

D'où I  $(1 ; \frac{1}{2})$

c. Le milieu de [DE] a pour abscisse  $\frac{x_D + x_E}{2} = \frac{(0+2)}{2} = \frac{2}{2} = 1$

et pour ordonnée  $\frac{y_D + y_E}{2} = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2}$ .

Il s'agit donc du point de coordonnées  $(1 ; 1/2)$  c'est-à-dire de I.

En conclusion, I est le milieu de [DE].

#### **2. Sans repère**

Sachant que ABCD est un carré, les droites (DC) et (AB) sont parallèles donc (DC) et (BE) sont parallèles.

De plus  $DC = AB$  et du fait que E est le symétrique de A par rapport à B, on a  $AB = BE$ .

On en déduit que  $DC = BE$ .

La quadrilatère non croisé DBEC a donc deux côtés et [BE] parallèles et de même longueur : c'est un parallélogramme.

On sait que dans un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu, donc le milieu I de [BC] est aussi le milieu de [DE].