

Exercice 87

1. Dans un repère

a. A, B, D ne sont pas alignés donc (A, B, D) est un repère du plan.

ABCD est un carré donc les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires et $AB = AD$.

Le repère (A, B, D) est donc orthonormé.

b. On lit directement que $A(0 ; 0)$, $B(1 ; 0)$, $C(1 ; 1)$, $D(0 ; 1)$.

Comme B est le milieu de [AE] on a $AE = 2$ donc $E(2 ; 0)$.

I étant le milieu de [BC], on peut aussi trouver directement les coordonnées de I, ou les calculer :

$$x_I = \frac{x_B + x_C}{2} = 1 \text{ et } y_I = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{1}{2}$$

D'où $I\left(1 ; \frac{1}{2}\right)$

c. Le milieu de [DE] a pour abscisse $\frac{x_D + x_E}{2} = \frac{(0+2)}{2} = \frac{2}{2} = 1$

et pour ordonnée $\frac{y_D + y_E}{2} = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2}$.

Il s'agit donc du point de coordonnées $(1 ; 1/2)$ c'est-à-dire de I.

En conclusion, I est le milieu de [DE].

2. Sans repère

Sachant que ABCD est un carré, les droites (DC) et (AB) sont parallèles donc (DC) et (BE) sont parallèles.

De plus $DC = AB$ et du fait que E est le symétrique de A par rapport à B, on a $AB = BE$.

On en déduit que $DC = BE$.

La quadrilatère non croisé DBEC a donc deux côtés et [BE] parallèles et de même longueur : c'est un parallélogramme.

On sait que dans un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu, donc le milieu I de [BC] est aussi le milieu de [DE].