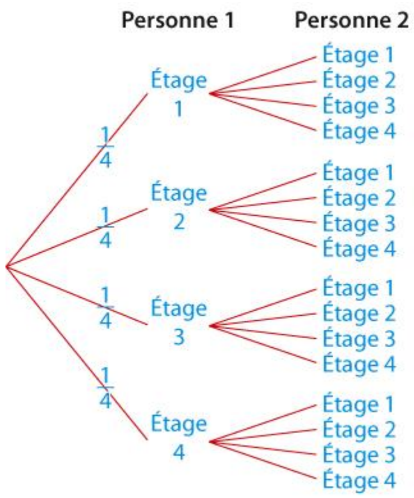
Exercice 61

1. a.



b. Les issues de l'expérience sont représentées par les 16 chemins de l'arbre, tous équiprobables, de probabilité $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$.

P(A) = P(11) = $\frac{1}{16}$

P(B) = P(11 ; 22 ; 33 ; 44) = $\frac{4}{16}$

P(C) = P(34 ; 43) = $\frac{2}{16}$

P(D) = 1 – P(« personne ne descend au 3$^{\text{ème}}$ étage ») = $1 - \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{7}{16}$.

2. a. On peut imaginer un arbre illustrant cette nouvelle situation et se contenter de représenter le seul chemin réalisant l'événement E : « les 10 personnes descendent au 49$^{\text{ème}}$ étage ».

On a alors P(E) = $\left(\frac{1}{49}\right)^{10} \approx 1{,}25 \times 10^{-17}$.

b. Cet événement F est illustré par les 49 chemins représentant les événements de la forme « les 10 personnes descendent au $k^{\text{ème}}$ étage », pour k variant de 1 à 49.
Ces événements ayant chacun la même probabilité que E, on en déduit :

P(F) = $49 \times \left(\frac{1}{49}\right)^{10} = \left(\frac{1}{49}\right)^{9} \approx 6{,}14 \times 10^{-16}$.

Méthode

Le contraire de « AU MOINS UN » est « AUCUN ».
Ici, le libellé de l'événement D qui est :
« au moins une personne … » doit amener à considérer l'événement contraire « aucune personne … », tellement plus simple !

Conseil

Il arrive souvent que la représentation d'une situation aléatoire par un arbre soit envisagée mais difficile, voire impossible, à réaliser, vu le trop grand nombre d'issues ou le trop grand nombre de répétitions. Il ne faut pas renoncer pour autant et savoir se contenter d'un arbre « partiel » ou « simplifié », qui peut ne présenter que les seuls chemins illustrant les événements considérés.