

**Exercice 59**

Classons les mots selon leur nombre de lettres :

2 lettres	3 lettres	4 lettres	5 lettres	6 lettres	8 lettres
le, le, le	est, une, loi, que	tout, sans	monde	hasard, savoir	applique

1. La variable aléatoire X prend les valeurs 2, 3, 4, 5, 6, 8.

Le tirage d'un mot se faisant au hasard, les 13 issues sont équiprobables.

Il en résulte :

$$P(X = 2) = P(\text{« obtenir un mot de 2 lettres »}) = \frac{2}{13}.$$

$$P(X = 3) = P(\text{« obtenir un mot de 3 lettres »}) = \frac{4}{13}.$$

Et de même pour les autres valeurs de X.

D'où la loi de X :

$x_i$	2	3	4	5	6	8
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{13}$	$\frac{4}{13}$	$\frac{2}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{2}{13}$	$\frac{1}{13}$

On peut vérifier que  $\sum P(X = x_i) = 1$ .

2. L'espérance mathématique E(X) de la variable aléatoire X donne la moyenne « théorique » du nombre de lettres que l'on obtiendrait, sur un grand nombre de tirages.

$$E(X) = \sum x_i P(X = x_i) = \frac{51}{13} \approx 3,92.$$

En moyenne, à ce jeu, on obtient 3,92 lettres par tirage.

**Méthode**

Pour obtenir la loi de probabilité d'une variable aléatoire X, on procède en deux étapes :

1. On détermine l'ensemble des valeurs  $x_i$  prises par X
2. On calcule, pour chaque valeur  $x_i$ , la probabilité  $P(X = x_i)$  que X prenne cette valeur. Pour cela, il faut rechercher toutes les issues de l'expérience qui conduisent à réaliser l'événement  $(X = x_i)$ .

**Conseil**

Une fois la loi de X obtenue :

- on s'empresse de vérifier que la somme des probabilités  $P(X = x_i)$  est égale à 1 ;
- on présente souvent la loi de probabilité de X dans un tableau, qui en facilite la lecture, ainsi que le calcul éventuel de son espérance et de sa variance ou de son écart type.

**Conseil**

Le calcul de E(X) s'impose dès que l'on cherche :

- soit la **moyenne des valeurs** prises par X, en supposant l'expérience répétée un grand nombre de fois ;
- soit, à quelle valeur de X, **on peut s'attendre** lorsqu'on réalise l'expérience.

Il ne faut pas s'étonner que le nombre moyen obtenu ne soit pas l'une des valeurs entières prises par X. Il s'agit en effet d'une moyenne.