

Exercice 103

1. a. En mg/L, on a les concentrations suivantes :

$$c_1 = c_0 \times \left(1 - \frac{30}{100}\right) = 4 \times 0,7 = 2,8$$

$$c_2 = c_1 \times 0,7 = 1,96$$

$$c_3 = c_2 \times 0,7 = 1,372$$

b. Pour tout n de \mathbb{N} , on a $c_{n+1} = c_n \times 0,7$ donc la suite (c_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,7$.

c. Par propriété (propriété 3 page 134), on a $c_n = c_0 \times q^n = 4 \times 0,7^n$.

d. 18 heures après l'injection, la concentration est, en mg/L, $c_{18} = 4 \times 0,7^{18} \approx 0,0065$

2. a. La concentration à la $(n+1)$ -ième heure s'obtient en diminuant celle de la n -ième heure de 30 % puis en ajoutant 1 mg/L.
D'où $K_{n+1} = 0,7 K_n + 1$.

$$\text{b. } d_{n+1} = K_{n+1} - \frac{10}{3} = 0,7 K_n - \frac{10}{3} + 1 = 0,7 K_n - \frac{7}{3}$$

$$\text{Donc } d_{n+1} = 0,7 \left(K_n - \frac{10}{3}\right) = 0,7 d_n, \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$$

La suite (d_n) est donc géométrique de raison 0,7.

c. $d_n = d_0 \times 0,7^n$ par propriété.

$$\text{Or } d_0 = K_0 - \frac{10}{3} = 4 - \frac{10}{3} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Donc } d_n = \frac{2}{3} \times 0,7^n.$$

$$\text{De } d_n = K_n - \frac{10}{3} \text{ on déduit que } K_n = d_n + \frac{10}{3}.$$

$$\text{On a donc finalement } K_n = \frac{10}{3} + \frac{2}{3} \times 0,7^n.$$

d. 18 heures après l'injection, la concentration, en mg/L, est $K_{18} = \frac{10}{3} + \frac{2}{3} \times 0,7^{18} \approx 3,33$.

Méthode

Pour diminuer une quantité de t % on la multiplie par $\left(1 - \frac{t}{100}\right)$.

Méthode

On pourra revoir l'exercice résolu 8 page 135.