

Exercice 72

1. Pour tout $x \in [-4 ; 3]$, h est dérivable comme fonction polynôme.

$$\text{et } h'(x) = 9x^2 + 22x + 5.$$

On étudie le signe de $h'(x)$.

$h'(x)$ est un trinôme du second degré.

$$\text{son discriminant est } 22^2 - 4 \times 5 \times 9 = 19 \times 16$$

$h'(x)=0$ a pour solutions

$$x_0 = \frac{-22 - 4\sqrt{19}}{18} = \frac{-11 - 2\sqrt{19}}{9} \approx -2,19 \text{ et}$$

$$x_1 = \frac{-22 + 4\sqrt{19}}{18} = \frac{-11 + 2\sqrt{19}}{9} \approx 0,25$$

x	-4	x_0	x_1	3
signe de $h'(x)$	+	0	-	0 +
$h(x)$	-36	M	m	195

Avec $M = f(x_0) \approx 10,3$ et $m = f(x_0) \approx -0,61$.

2. Pour tout $x \in [-4 ; x_0]$, h est strictement croissante et $-36 \leq h(x) \leq M \approx 10,3$ or $3 \in [-36 ; M]$ donc l'équation $h(x) = 3$ admet une unique solution sur $[-4 ; x_0]$.

De même, h est strictement décroissante sur $[x_0 ; x_1]$ et $m \leq h(x) \leq M$, $3 \in [m ; M]$. Donc l'équation $h(x)=3$ admet une unique solution sur $[x_0 ; x_1]$.

De même, $3 \in [m ; 195]$ et h est strictement croissante sur $[x_0 ; 3]$ donc l'équation $h(x) = 3$ a une unique solution sur $[x_0 ; 3]$.

Conclusion : $h(x)=3$ admet 3 solutions.

3. La plus grande des solutions est comprise entre 0,25 et 1. À l'aide de la calculatrice, cette solution α est environ 0,33, à 10^{-2} près.

x	y
0.32	2.8247
0.33	2.9557
0.34	3.0895
0.35	3.2261

Méthode

Pour étudier les variations d'une fonction, on peut dériver cette fonction et étudier le signe de la dérivée.

- On dérive la fonction.
- On étudie le signe de la dérivée.

Conseil

- Pour dériver une fonction, on commence par identifier le modèle ici, f est une fonction polynôme.

Méthode

Pour déterminer le nombre de solution de l'équation $h(x)=k$

- On commence par considérer un intervalle sur lequel la fonction h est monotone.
- Si k est compris entre les bornes de l'intervalle image, l'équation $h(x)=k$ admet une unique solution dans l'intervalle considéré.

Méthode

Pour déterminer une valeur approchée de solutions d'une équation, on peut faire un tableau de valeur en ajustant au fur et à mesure le pas de la table.

- On commence par encadrer la solution.
- On réduit le pas de la table.

4. Les deux autres solutions sont - 3 et - 1.

On place les valeurs - 3 et - 1 dans le tableau de variations ainsi, on obtient :
pour tout $x \in] - 3 ; -1[\cup]\alpha ; 3]$, $h(x) > 3$.

