Exercice 87

a. $f(x) = \frac{1}{2x+4}$ pour $x \neq -2$.
La fonction f est de la forme $\frac{1}{u}$ avec :
$u : x \mapsto 2x + 4$.
$u(x) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$
f est dérivable pour tout $x \neq -2$ et
$f'(x) = \frac{-u'(x)}{(u(x))^2} = \frac{-2}{(2x+4)^2}$.

Méthode

- Ici f est de la forme $\frac{1}{u}$.
- On vérifie ensuite les hypothèses de la propriété **7** pour obtenir $f' = -\frac{u'}{u^2}$

b. La fonction f est de la forme $u \times v$ avec u et v définies pour $x \geq 0$ par $u(x) = 2x - 1$ et $v(x) = \sqrt{x}$.
u est dérivable sur $\mathbb{R}$, v est dérivable sur $]0\,;+\infty[$.
Donc u et v sont dérivables sur $]0\,;+\infty[$ et pour $x > 0$ et on a $u'(x) = 2$ et $v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$..
Donc f est dérivable pour $x > 0$ et
$f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) = 2\sqrt{x} + \frac{(2x-1)}{2\sqrt{x}}$
D'où $f'(x) = \frac{4x+2x-1}{2\sqrt{x}} = \frac{6x-1}{2\sqrt{x}}$.

Méthode

- Ici f est de la forme u × v.
- Il faut chercher les intervalles sur lesquels u et v sont toutes les deux dérivables.

c. Pour tout $x \neq \frac{4}{3}$, la fonction f est de la forme $\frac{u}{v}$ avec u et v définies par $u(x) = 2x + 5$ et $v(x) = 4 - 3x$. De plus u et v sont dérivables sur $\mathbb{R}$ et $v(x) \neq 0$ pour tout $x \neq \frac{4}{3}$ avec $u'(x) = 2$ et $v'(x) = -3$.
Donc f est dérivable en tout $x \neq \frac{4}{3}$ et
$f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)\,v'(x)}{(v(x))^2} = \frac{2(4-3x)-(2x+5)(-3)}{(4-3x)^2}$
D'où $f'(x) = \frac{23}{(4-3x)^2}$ après développement et réduction du numérateur.

Méthode

- Ici f est de la forme $\frac{u}{v}$.

Il faut donc vérifier toutes les hypothèses de la propriété **7**.

- On obtient alors $f' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Conseils

Il faut toujours prendre le temps d'observer la fonction f pour reconnaître quelle propriété appliquer : est-elle une somme, un produit, un inverse, un quotient, une racine carrée d'une autre fonction ?