

Exercice 97

$$1. f(a) - f(b) = \sqrt{a+3} - \sqrt{b+3}$$

$$f(a) - f(b) = \frac{(\sqrt{a+3} - \sqrt{b+3})(\sqrt{a+3} + \sqrt{b+3})}{\sqrt{a+3} + \sqrt{b+3}}$$

$$f(a) - f(b) = \frac{(a+3) - (b+3)}{\sqrt{a+3} + \sqrt{b+3}}$$

$$f(a) - f(b) = \frac{a - b}{\sqrt{a+3} + \sqrt{b+3}}$$

Comme $a > b \geq 0$, on a $a - b > 0$.

De plus le dénominateur est une somme de deux nombres strictement positifs donc il est strictement positif.

Par suite $f(a) - f(b) > 0$
c'est-à-dire : $f(a) > f(b)$.

$$2. \text{ Pour tous } a \text{ et } b \text{ tels que } a > b \geq 0, \text{ on a} \\ f(a) > f(b).$$

Ceci signifie que la fonction f est strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$.

Méthode

Pour comparer deux nombres, on peut étudier le signe de leur différence.

Conseils

- On s'inspire de la démonstration de la propriété 1 pour l'étude de signe.
- On suppose parfois $a < b$, parfois $a > b$. Cela n'a pas d'importance. Pour interpréter le résultat obtenu pour la fonction f , la question à se poser est : f conserve-t-elle l'ordre ou le renverse-t-elle ?