Exercice 94

1. Forme factorisée de $h(x)$

On détermine les racines de $5x^2 - 3x - 2$:

Le discriminant est :

$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 5 \times (-2) = 49.$

Il y a donc deux racines :

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{3-7}{10} = -\dfrac{2}{5}$

et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3+7}{10} = 1.$

On en déduit que

$h(x) = 5(x - x_1)(x - x_2) = 5\left(x + \dfrac{2}{5}\right)(x-1)$

Méthode

On applique la propriété 3 page 26.

2. Forme canonique de $h(x)$

$h(x) = 5\left(x^2 - \dfrac{3}{5}x\right) - 2$

Or $x^2 - \frac{3}{5}x = x^2 - 2 \times \frac{3}{10}x$

De $x^2 - \frac{3}{5}x + \frac{9}{100} = \left(x - \frac{3}{10}\right)^2$, on déduit que

$h(x) = 5\left[\left(x - \frac{3}{10}\right)^2 - \frac{9}{100}\right] - 2$

$h(x) = 5\left(x - \frac{3}{10}\right)^2 - \frac{9}{20} - 2$

Autrement dit, $h(x)$ a pour forme canonique :

$h(x) = 5\left(x - \frac{3}{10}\right)^2 - \frac{49}{20}.$

Méthode

On applique la méthode décrite dans l'exercice résolu 3 page 27.

3. On sait que h est une fonction polynôme de degré 2 dont le coefficient de x^2 est positif. Elle est donc d'abord strictement décroissante puis strictement croissante. Le graphique **c** est donc éliminé.

D'après la forme canonique, h admet pour sommet le point de coordonnées $\left(\frac{3}{10}\ ;\ -\frac{49}{20}\right)$.

h est donc représentée par le graphique de la figure **a** (on pouvait aussi calculer $-\frac{b}{2a}$).

4. Le sommet C a pour coordonnées $\left(\frac{3}{10}; -\frac{49}{20}\right)$ (voir question **3**).

B est le point de la courbe d'abscisse 0. Son ordonnée est donc $h(0) = -2$. Donc B a pour coordonnées (0 ; – 2).

A et D sont les points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses.

On a vu à la question **1** que les solutions de $h(x) = 0$ sont – 0,4 et 1.

Donc A (– 0,4 ; 0) et D (1 ; 0).