Exercice 87

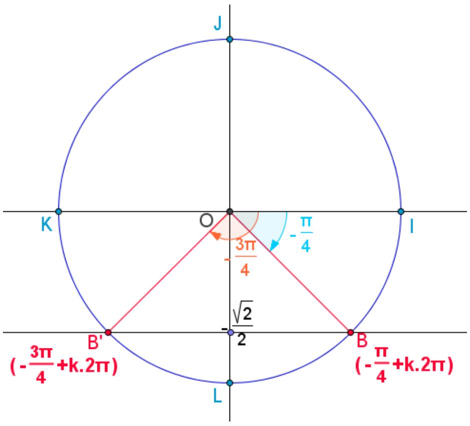
1. $-\sqrt{2}\sin\left(t-\frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}(\sin t\cos\frac{\pi}{4} - \cos t\sin\frac{\pi}{4})$
$= -\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin t - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos t\right) = -\sin t + \cos t$.

Méthode
On utilise les formules d'addition.

2. a. L'équation $\cos t - \sin t = 1$ s'écrit donc
$-\sqrt{2}\sin\left(t-\frac{\pi}{4}\right) = 1$ soit $\sin\left(t-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ est le sinus de $-\frac{\pi}{4}$ et de $-\frac{3\pi}{4}$.

↘Conseil
Tracer un cercle trigonométrique et placer les deux points B et B' du cercle qui ont pour ordonnée $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.



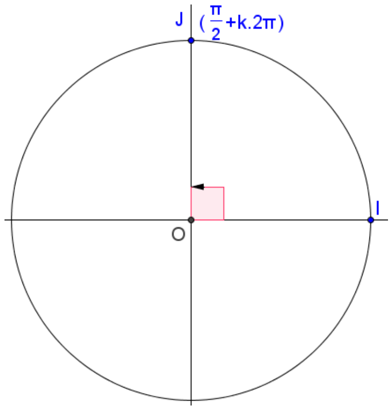
Méthode
Déterminer tous les réels qui ont pour image B ou B' sur le cercle trigonométrique.

Les solutions de cette équation sont donc les réels t tels que $\begin{cases} t-\frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k\times 2\pi \\ \text{ou} \\ t-\frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4} + k\times 2\pi \end{cases}$ $(k\in\mathbb{Z})$ c'est-à-dire

les réels t de la forme $\begin{cases} t = k\times 2\pi \\ \text{ou} \\ t = -\frac{\pi}{2} + k\times 2\pi \end{cases}$ $(k\in\mathbb{Z})$.

↘Conseil
Bien connaître le cercle de la page 293.

b. $\cos t - \sin t = -\sqrt{2} \Leftrightarrow -\sqrt{2}\sin\left(t-\frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}$
soit $\sin\left(t-\frac{\pi}{4}\right) = 1$.
Or 1 est l'ordonnée d'un seul point du cercle trigonométrique, image de $\frac{\pi}{2}$.



Les solutions sont donc les réels t tels que $t-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\times 2\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$ c'est-à-dire les réels t tels que $t=\frac{3\pi}{4}+k\times 2\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$.