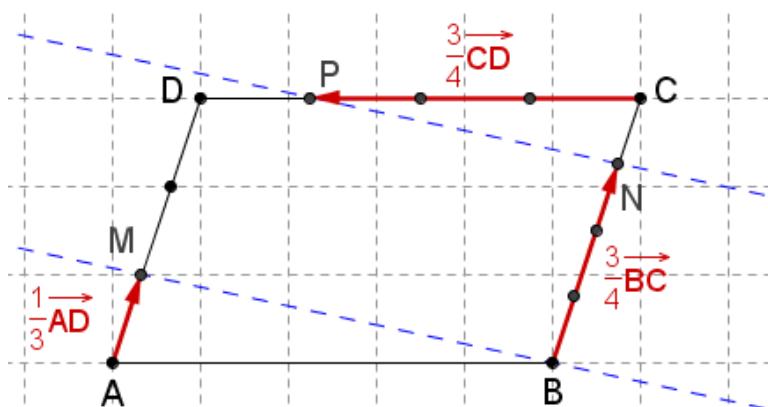


Exercice 87

a.



b. $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM}$

$$\overrightarrow{BM} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}.$$

$$\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BN}$$

$$\overrightarrow{PN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{PN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{DC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$$

Or ABCD est un parallélogramme

donc $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{AD}$.

On en déduit :

$$\overrightarrow{PN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}.$$

c. On en déduit que $3\overrightarrow{BM} = 3\left(-\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\right)$

soit $3\overrightarrow{BM} = -3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

$$\text{De plus, } 4\overrightarrow{PN} = 4\left(\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}\right)$$

soit $4\overrightarrow{PN} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.

On en déduit que $3\overrightarrow{BM} = -4\overrightarrow{PN}$ soit

$$\overrightarrow{BM} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{PN}.$$

Les vecteurs \overrightarrow{BM} et \overrightarrow{PN} sont donc colinéaires et les droites (BM) et (PN) sont parallèles.

Conseil

On peut utiliser le quadrillage de la feuille pour construire les représentants des vecteurs $\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$, $\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ et $\frac{3}{4}\overrightarrow{CD}$.

Méthode

Comme dans l'exercice résolu 7, on choisit les points à introduire par la relation de Chasles en fonction de l'énoncé.

Méthode

Pour montrer que les droites (BM) et (PN) sont parallèles, on utilise la propriété 2.

Conseil

Multiplier \overrightarrow{BM} par 3 et \overrightarrow{PN} par 4 permet d'obtenir des coefficients entiers dans la décomposition ce qui facilite la détermination de la relation de colinéarité.