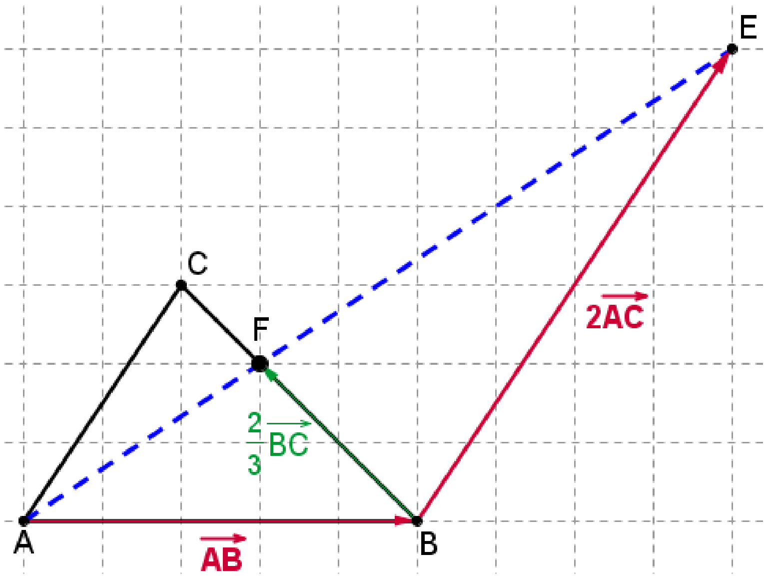
Exercice 86

1.



↘Conseil
On peut utiliser le quadrillage de la feuille pour construire les représentants des vecteurs $2\,\overrightarrow{AC}$ et $\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

2. $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF}$

$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})$

$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Méthode
Comme dans l'exercice résolu **7**, on introduit le point B à l'aide de la relation de Chasles parce que le vecteur $\overrightarrow{BF}$ est donné dans l'énoncé.

3. On en déduit que :

$3\overrightarrow{AF} = 3(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC})$

$3\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$.

Or d'après l'énoncé, $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ donc $3\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AE}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont donc colinéaires et les points A, E et F sont alignés.

Méthode
On compare les coefficients des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ dans la décomposition de $\overrightarrow{AF}$ trouvée au **a.** et celle de $\overrightarrow{AE}$ donnée dans l'énoncé pour montrer que $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont colinéaires.