

Exercice 96 Résolution détaillée

Question a

On a l'enchaînement suivant :

$$\begin{array}{l} u : x \mapsto \sqrt{x} \\ \times(-6) \quad \downarrow \\ -6u : \mapsto -6\sqrt{x} \\ +2 \quad \downarrow \\ -6u + 2 : x \mapsto 2 - 6\sqrt{x} = f(x) \end{array}$$

- La fonction sur $u : x \mapsto \sqrt{x}$ sur $[0 ; +\infty[$ est strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$.
- On multiplie par -6 :
 $-6u : x \mapsto 6\sqrt{x}$ a le sens de variation contraire à celui de u .
- On ajoute 2 :
 $f = -6u + 2 : x \mapsto 2 - 6\sqrt{x}$ a même sens de variation que $-6u$.
Donc f est strictement décroissante sur $[0 ; +\infty[$.

Méthode

On « décortique » la fonction à étudier pour pouvoir utiliser le sens de variation des fonctions de référence et les propriétés vues dans ce chapitre.

Question b

On a l'enchaînement suivant :

$$\begin{array}{l} u : x \mapsto \frac{1}{x} \\ \times(-2) \quad \downarrow \\ -2u : \mapsto -2 \times \frac{1}{x} = -\frac{2}{x} \\ +3 \quad \downarrow \\ -2u + 3 : x \mapsto 3 - \frac{2}{x} = f(x) \end{array}$$

Comme dans la question a, f a donc le sens de variation contraire à celui de u .
Donc f est strictement croissante sur $]-\infty ; 0[$ et sur $]0 ; +\infty[$.

Question c

On a l'enchaînement suivant :

$$\begin{array}{l} u : x \mapsto |x| \\ \times 3 \quad \downarrow \\ 3u : \mapsto 3|x| \\ -1 \quad \downarrow \\ 3u - 1 : x \mapsto 3|x| - 1 = f(x) \end{array}$$

$3u$ a même sens de variation que f car $3 > 0$.

$3u - 1$ a même sens de variation que $3u$.

Donc f a même sens de variation que u : f est strictement décroissante sur $]-\infty ; 0]$ et strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$.

Question d

$$f(x) = 2 \times \frac{1}{u(x)} \text{ avec } u(x) = -x + 3.$$

On a donc le tableau suivant :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$u(x)$		0	
$\frac{1}{u(x)}$			

Méthode

Pour étudier le sens de variation d'une fonction $\frac{1}{u}$, il faut étudier celui de la fonction mais aussi chercher où elle s'annule.

Donc f est strictement croissante sur $]-\infty; 3[$ et sur $]3; +\infty[$.

Question e

$$f(x) = \sqrt{u(x)} \text{ avec } u(x) = x - 3.$$

On a donc le tableau suivant :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$u(x)$		0	positif
$\sqrt{u(x)}$	négatif	0	

Méthode

Pour étudier le sens de variation d'une fonction \sqrt{u} il faut étudier celui de la fonction u mais aussi étudier son signe pour ne garder que les intervalles où $u(x) \geq 0$.

f est strictement croissante sur $[3; +\infty[$.