Exercice 94 Résolution détaillée

Question a

Résoudre l'inéquation $\sqrt{x} \geq 2$.

Méthode

On applique la méthode de l'exercice résolu 1 page 55.

MÉTHODE 1

La fonction racine carrée étant strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$, on a :

$$\sqrt{x} \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 4.$$

L'ensemble des solutions est l'intervalle $[4\,;+\infty[$.

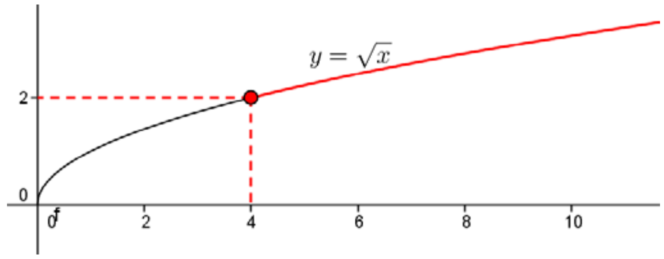
Remarque : on peut aussi s'aider du tableau de variations de la fonction racine carrée

x	0	4	$+\infty$
$\sqrt{x}$	0	2	

$\sqrt{x} \geq 2$
correspond à
$x \geq 4$

MÉTHODE 2

On peut aussi résoudre graphiquement à l'aide de la courbe de la fonction racine carrée :



Conseil

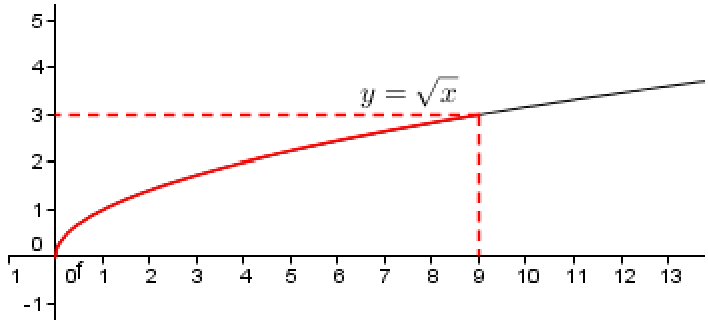
Il faut bien connaître les courbes des fonctions de référence et savoir résoudre graphiquement des équations ou inéquations (voir les rappels page ….)

On a repéré, en rouge, les points de la courbe représentant la fonction racine carrée qui ont une ordonnée supérieure ou égale à 2.
Leurs abscisses sont les réels $x \geq 4$.
L'ensemble des solutions est l'intervalle $[4\,;+\infty[$.

Question b

Résoudre l'inéquation $\sqrt{x} < 3$.
De même, par stricte croissance de la fonction racine carrée sur $\mathbb{R}^+$, on a :
$\sqrt{x} < 3 \;\Leftrightarrow 0 \leq x < 9$. L'ensemble des solutions est $[0\,;9[$.

Graphiquement
On repère, en rouge, les points de la courbe représentant la fonction racine carrée ayant une ordonnée strictement inférieure à 3.
Leurs abscisses sont les réels de l'intervalle $[0\,;9[$.



Question c

Résoudre l'inéquation $|x| < 4$.

MÉTHODE 1

On utilise le sens de variation de la fonction valeur absolue sachant que $|x| = 4$ pour $x = 4$ ou $x = -4$.

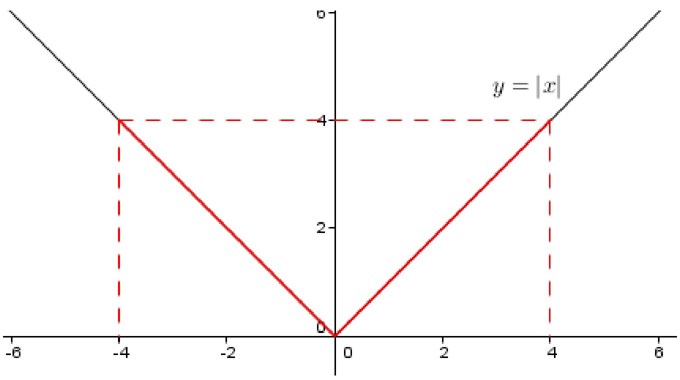
Le tableau de variations peut nous aider :

x	$-\infty$	-4	0	4	$+\infty$
$\lvert x \rvert$		4	0	4	

On lit sur le tableau que $|x| < 4$ correspond à $-4 < x < 4$.
L'ensemble des solutions est donc l'intervalle]-4 ; 4[.

MÉTHODE 2

On peut aussi résoudre graphiquement à l'aide de la courbe de la fonction valeur absolue.



On a repéré, en rouge, les points de la courbe représentant la fonction valeur absolue qui ont une ordonnée strictement inférieure à 4.
Leurs abscisses sont les réels x tels que $-4 < x < 4$.
L'ensemble des solutions est l'intervalle $]-4 ; 4[$.

Question d

Résoudre l'inéquation $|x| \geq 2$.
Sachant que les réels x tels que $|x| = 2$ sont -2 et 2, la même démarche qu'à la question c. conduit à dire que $|x| \geq 2$ si et seulement si $x \leq -2$ ou $x \geq 2$.
L'ensemble des solutions est $]-\infty ; -2] \cup [2 ; +\infty[$.