Exercice 95 Résolution détaillée

1.

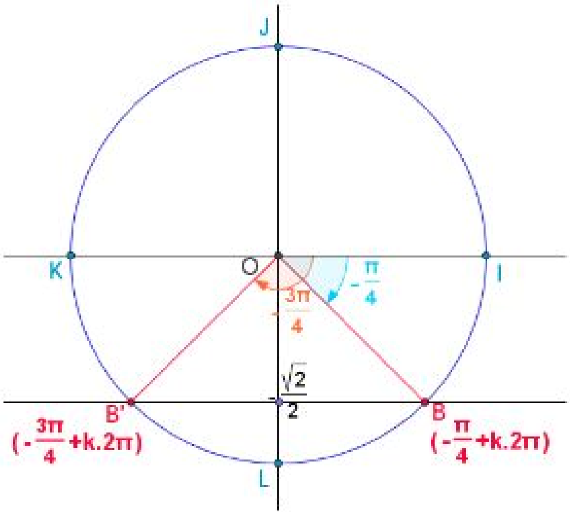
$$-\sqrt{2}\sin\left(t-\frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}(\sin t\cos\frac{\pi}{4} - \cos t\sin\frac{\pi}{4})$$
$$= -\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin t - \frac{\sqrt{2}}{2}\cos t\right) = -\sin t + \cos t.$$

Méthode

On utilise les formules d'addition.

2. a. L'équation $\cos t - \sin t = 1$ s'écrit donc $-\sqrt{2}\sin\left(t-\frac{\pi}{4}\right) = 1$, soit $\sin\left(t-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ est le sinus de $-\frac{\pi}{4}$ et de $-\frac{3\pi}{4}$.



Conseil

Tracer un cercle trigonométrique et placer les **deux** points B et B' du cercle qui ont pour **ordonnée** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Les solutions de cette équation sont donc les réels t tels que :

$$\begin{cases} t-\frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k\times 2\pi \\ \text{ou} \\ t-\frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4} + k\times 2\pi \end{cases}$$

C'est-à-dire les réels t de la forme :

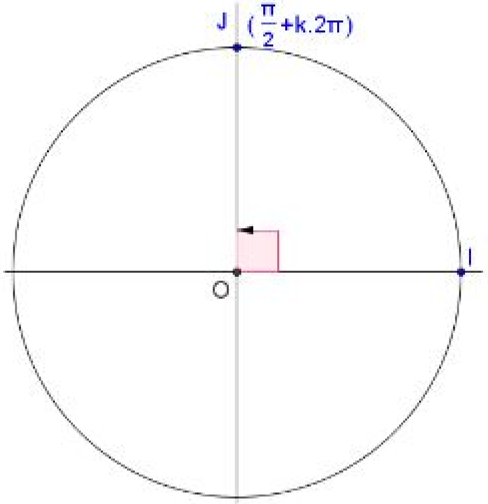
$$\begin{cases} t = k\times 2\pi \\ \text{ou} \\ t = -\frac{\pi}{4} + k\times 2\pi \end{cases}$$, avec k dans $\mathbb{Z}$.

Méthode

On détermine **tous** les réels qui ont pour image B ou B' sur le cercle trigonométrique.

b. $\cos t - \sin t = -\sqrt{2} \Leftrightarrow -\sqrt{2}\sin(t-\frac{\pi}{4}) = -\sqrt{2}$ soit $\sin\left(t-\frac{\pi}{4}\right) = 1$.

Or 1 est l'ordonnée d'un seul point du cercle trigonométrique, image de $\frac{\pi}{2}$.



Conseil

Bien connaître les valeurs sur le cercle de la page 307.

Les solutions sont donc les réels t tels que $t - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k \times 2\pi$ avec k dans $\mathbb{Z}$, c'est-à-dire
Les réels t tels que $t = \frac{3\pi}{4} + k \times 2\pi$ avec k dans $\mathbb{Z}$.