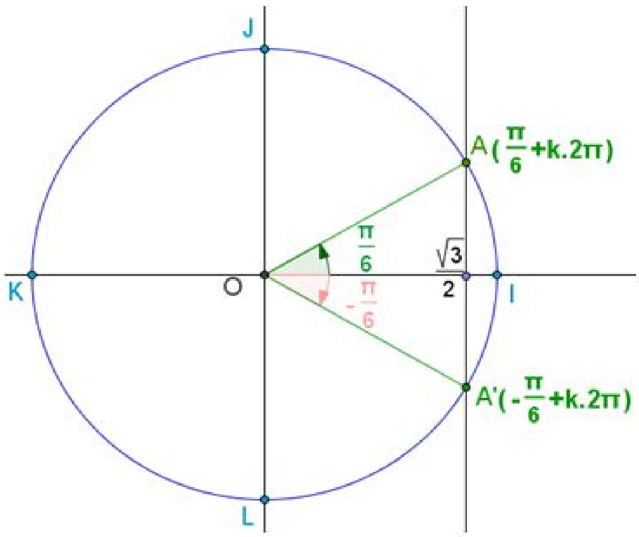
Exercice 93 Résolution détaillée

1. a. Résolvons l'équation : $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$



Méthode

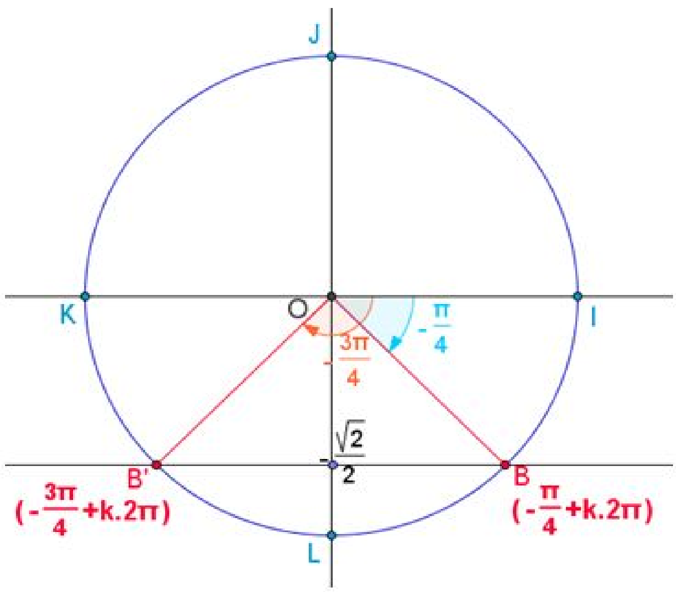
Déterminer tous les réels qui ont pour image A ou A' sur le cercle trigonométrique.

Conseil

- Tracer un cercle trigonométrique et placer les **deux** points A et A' du cercle qui ont pour **abscisse** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Utiliser le cercle avec toutes les valeurs remarquables de l'exercice résolu 6.

Les solutions sont les réels x de la forme :
$x = \frac{\pi}{6} + k \times 2\pi$ ou $x = -\frac{\pi}{6} + k \times 2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$

b. Résolvons l'équation : $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.



Méthode

Déterminer tous les réels qui ont pour image B ou B' sur le cercle trigonométrique.

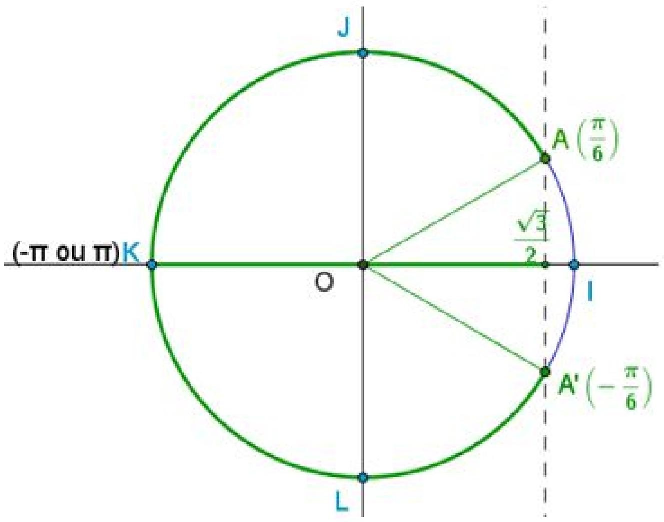
Conseil

Tracer un cercle trigonométrique et placer les **deux** points B et B' du cercle qui ont pour **ordonnée** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Les solutions sont les réels x tels que :
$x = -\frac{\pi}{4} + k \times 2\pi$ ou $x = -\frac{3\pi}{4} + k \times 2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.

2. a. Inéquation $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$

• dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$:



Méthode

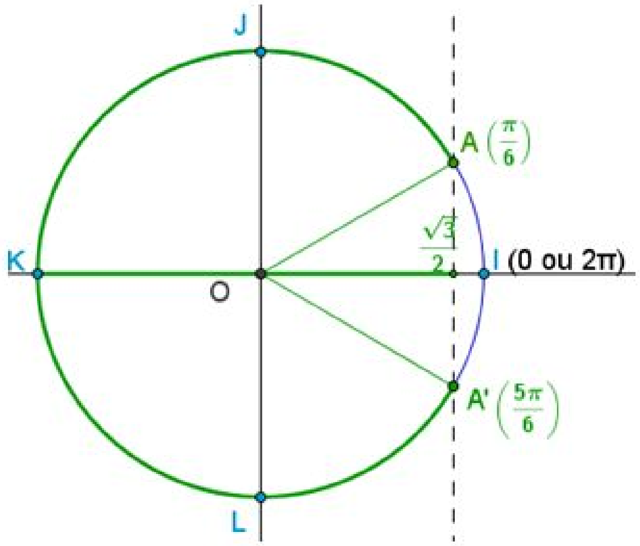
• On repère sur le cercle trigonométrique les points qui ont une **abscisse** strictement inférieure à $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

• On cherche les solutions de l'équation $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ qui appartiennent à l'intervalle $]-\pi ; \pi]$: ce sont $-\frac{\pi}{6}$ et $\frac{\pi}{6}$.

• À l'aide du cercle trigonométrique, on lit les intervalles solutions en partant de $-\pi$ (exclu) jusqu'à π (inclus).

Dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$, l'ensemble des solutions de l'inéquation $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$ est $\left]-\pi ; -\frac{\pi}{6}\right[\cup \left]\frac{\pi}{6} ; \pi\right]$.

• dans l'intervalle $[0 ; 2\pi[$:



Méthode

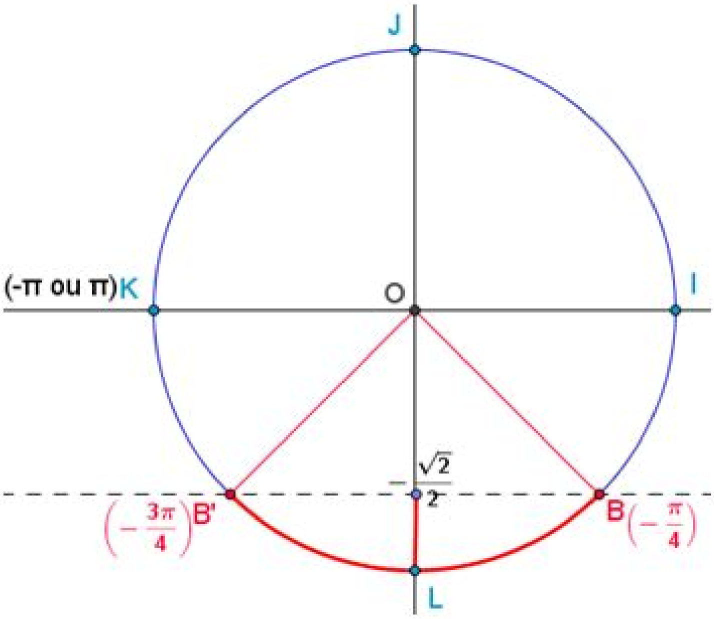
• On cherche dans ce cas les solutions de l'équation $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ qui appartiennent à l'intervalle $[0 ; 2\pi[$: ce sont $\frac{\pi}{6}$ et $\frac{5\pi}{6}$.

• À l'aide du cercle trigonométrique, on lit l'intervalle solution contenu dans $[0 ; 2\pi[$.

Dans l'intervalle $[0 ; 2\pi[$, l'ensemble des solutions de l'inéquation $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$ est $\left]\frac{\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6}\right[$.

b. Inéquation $\sin x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$

• dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$:



Méthode

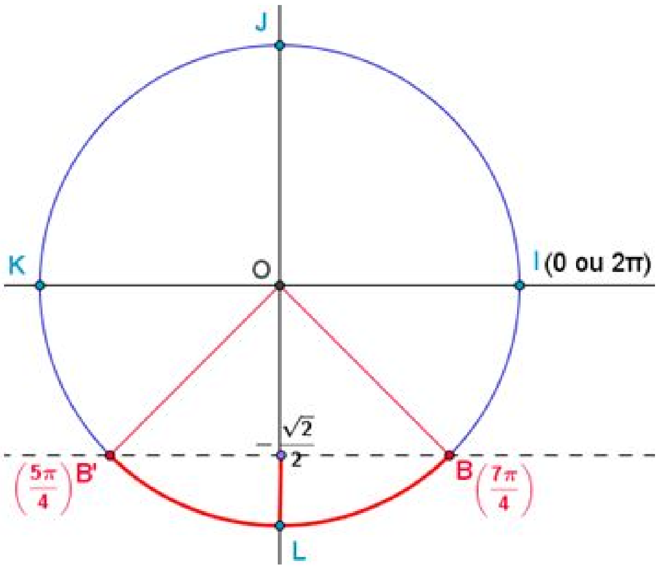
• On repère sur le cercle trigonométrique les points qui ont une **ordonnée** inférieure ou égale à $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

• On cherche les solutions de l'équation $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ qui appartiennent à l'intervalle $]-\pi ; \pi]$: ce sont $-\frac{3\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$.

• À l'aide du cercle trigonométrique, on lit l'intervalle solution contenu dans $]-\pi ; \pi]$.

Dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$, l'ensemble des solutions de l'inéquation $\sin x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$ est $\left[-\frac{3\pi}{4} ; -\frac{\pi}{4}\right]$.

• dans l'intervalle $[0 ; 2\pi[$:



Méthode

• On cherche dans ce cas les solutions de l'équation $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ qui appartiennent à l'intervalle $[0 ; 2\pi[$: ce sont $\frac{5\pi}{4}$ et $\frac{7\pi}{4}$.

• À l'aide du cercle trigonométrique, on lit l'intervalle solution contenu dans $[0 ; 2\pi[$.

Dans l'intervalle $[0 ; 2\pi[$, l'ensemble des solutions de l'inéquation $\sin x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$ est $\left[\frac{5\pi}{4} ; \frac{7\pi}{4}\right]$.