

## Exercice 90 Résolution détaillée

1. Pour  $d_1 : 2x + 3y - 15 = 0$ .

Si  $x = 0$ ,  $3y - 15 = 0$  donc  $y = 5$  donc  $A_1 (0 ; 5) \in d_1$  et  $\vec{u}_1 \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$  est un vecteur directeur de  $d_1$ .

Pour  $d_2 : 5x - y + 5 = 0$ .

Si  $x = 0$ ,  $-y + 5 = 0$  donc  $y = 5$  donc  $A_2 (0 ; 5) \in d_2$  et  $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$  est un vecteur directeur de  $d_2$ .

Pour  $d_3 : x + 1,5y + 2 = 0$ .

Si  $y = 0$ ,  $x + 2 = 0$  donc  $x = -2$  donc  $A_3 (-2 ; 0) \in d_3$  et  $\vec{u}_3 \begin{pmatrix} -1,5 \\ 1 \end{pmatrix}$  est un vecteur directeur de  $d_3$ .

Pour  $d_4 : y = 5x - 7$ .

Si  $x = 1$ ,  $y = 5 - 7$  donc  $y = -2$  donc  $A_4 (1 ; -2) \in d_4$  et  $\vec{u}_4 \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$  est un vecteur directeur de  $d_4$ .

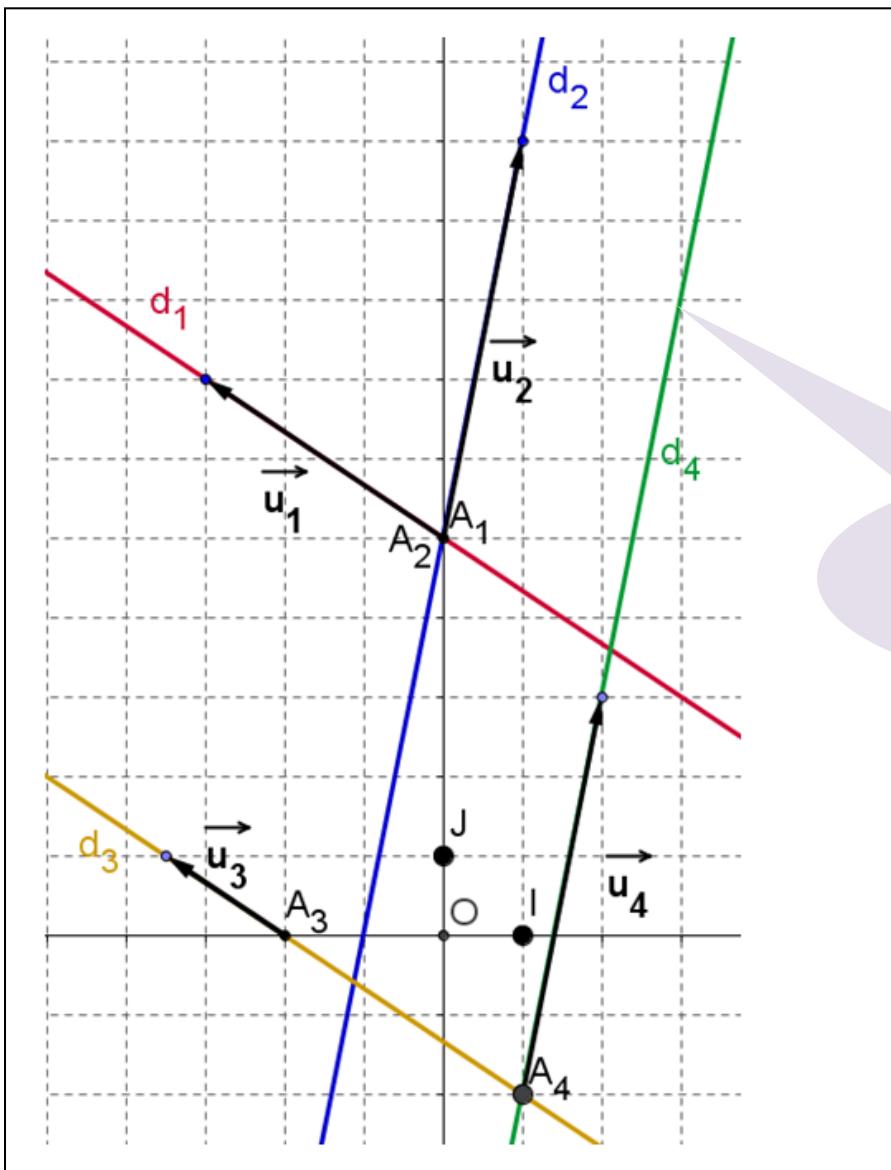
### Méthode

- On cherche des points à coordonnées entières, éventuellement avec une coordonnée nulle.

- On détermine un vecteur directeur :

- en utilisant la propriété 9 si on a une équation cartésienne de la droite,

- en utilisant la propriété 7 si on a l'équation réduite de la droite.



Pour la dernière droite, on peut aussi choisir le point de coordonnées  $(7 ; 8)$ .

### Méthode

On utilise la propriété caractéristique du parallélogramme suivante : un parallélogramme est un quadrilatère ayant ses côtés opposés parallèles deux à deux.

$$\vec{u}_1 \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{u}_3 \begin{pmatrix} -1,5 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc } \vec{u}_1 = 2\vec{u}_3.$$

On en déduit que  $d_1$  et  $d_3$  ont des vecteurs directeurs colinéaires, donc elles sont parallèles.

$A_1(0; 5) \in d_1$  et  $0 + 1,5 \times 5 + 2 \neq 0$ , donc  $A_1 \notin d_3$  donc  $d_1$  et  $d_3$  sont strictement parallèles.

### Conseil

Pour montrer que deux droites ne sont pas confondues, on vérifie qu'un point de l'une n'appartient pas à l'autre.

De même  $\vec{u}_2 = \vec{u}_4$  donc  $d_2$  et  $d_4$  sont parallèles.

$A_2(0; 5) \in d_2$  et  $5 \times 0 - 7 \neq 5$ , donc  $A_2 \notin d_4$  et donc  $d_2$  et  $d_4$  sont strictement parallèles.

Enfin,  $\vec{u}_1 \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$  et  $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$  ne sont pas colinéaires car  $-3 \times 5 - 2 \times 1 \neq 0$ , donc  $d_1$  et  $d_2$  sont sécantes.

On en déduit que ces droites forment un parallélogramme.

### 3. Le centre M du parallélogramme est le milieu des diagonales.

$A_1$  appartient à  $d_1$  et  $d_2$  donc c'est un sommet du parallélogramme.

Le sommet opposé est le point d'intersection de  $d_3$  et  $d_4$ .

$A_4 \in d_4$  et  $A_4$  appartient à  $d_3$  car  $1 + 1,5(-2) + 2 = 0$ .

Le centre du parallélogramme est donc le milieu de  $[A_1A_4]$ .

$$x_M = \frac{x_{A_1} + x_{A_4}}{2} = \frac{1}{2} \text{ et } y_M = \frac{y_{A_1} + y_{A_4}}{2} = \frac{3}{2}.$$

Le centre du parallélogramme a pour coordonnées  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .

### Conseil

Le choix des points des droites dans la question 1. permet de simplifier le problème et la figure peut aider à conjecturer les coordonnées des sommets du parallélogramme.

On peut aussi trouver les coordonnées du point d'intersection de  $d_3$  et  $d_4$  en résolvant le système formé par les équations de ces deux droites.