

Exercice 39 Résolution détaillée

La variable aléatoire X , suit la loi binomiale $B(20 ; 0,7)$.

Question 1

a. À l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, on obtient les valeurs suivantes :

$$P(X \leq 9) \approx 0,017 ; P(X \leq 10) \approx 0,048$$

Méthode

Pour une variable aléatoire X suivant la loi binomiale $B(n ; p)$, les valeurs de $P(X \leq k)$ pour tout k entier avec $0 \leq k \leq n$ peuvent être obtenues à l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur (voir exercice résolu 7).

Calcul de $P(X \leq 9)$ avec une calculatrice TI :

```
binomFRép  
nbreEssais:20  
p:0.7  
valeur de x:9  
Coller
```

```
binomFRép(20,0.7,9)  
.....,0171448165
```

Calcul de $P(X \leq 10)$ avec une calculatrice CASIO :

```
BinomialCD(10,20,0.7  
0.04796189733  
□  
Bpd Bcd InvB
```

Utilisation d'un tableur :

	A	B	C
1	k	$P(X \leq k)$	
10	8	0,00513816	
11	9	0,01714482	
12	10	0,0479619	
13	11	0,11222146	
14	=LOI.BINOMIALE(A11;20;0,7;1)		
15	13	0,39199019	
16	14	0,58362917	
17	15	0,76249222	
18	16	0,8929132	
19	17	0,96451687	
20	18	0,99236274	

b. À l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, on obtient les valeurs suivantes :

$$P(X \leq 17) \approx 0,965 ; P(X \leq 18) \approx 0,992$$

Question 2

L'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence donnée par $F = \frac{X}{10}$ est l'intervalle $\left[\frac{a}{10} ; \frac{b}{10} \right]$ où a et b sont les plus petits entiers tels que :

$$\begin{aligned} P(X \leq a) &> 0,025 \\ \text{et} \\ P(X \leq b) &\geq 0,975. \end{aligned}$$

On a établi précédemment :

$$P(X \leq 9) \approx 0,017 ; P(X \leq 10) \approx 0,048$$

On en déduit que le plus petit entier a tel que $P(X \leq a) > 0,025$ est $a = 10$.

On a aussi établi précédemment :

$$P(X \leq 17) \approx 0,965 ; P(X \leq 18) \approx 0,992$$

On en déduit que le plus petit entier b tel que $P(X \leq b) \geq 0,975$ est $b = 18$.

Il en résulte que l'intervalle de fluctuation cherché est $I = \left[\frac{10}{20} ; \frac{18}{20} \right] = [0,5 ; 0,9]$.

Méthode

L'intervalle I de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence donnée par $F = \frac{X}{10}$, où X suit la loi binomiale $B(n ; p)$, est l'intervalle $\left[\frac{a}{10} ; \frac{b}{10} \right]$ où :

- a est le plus petit entier tel que $P(X \leq a) > 0,025$
- b est le plus petit entier tel que $P(X \leq b) \geq 0,975$