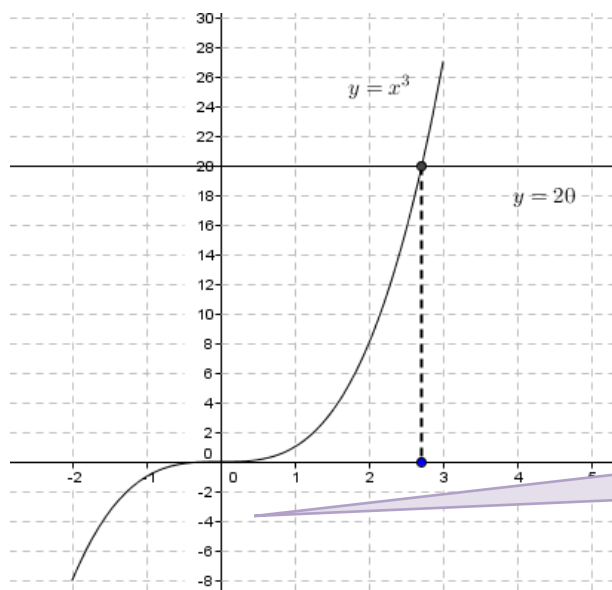


## Exercice 76 Résolution détaillée

### Question 1.a.

À l'aide de la courbe et des variations de la fonction cube, conjecturer le nombre de solutions de l'équation  $x^3 = 20$ .

On construit la courbe de la fonction cube sur l'intervalle  $[-2; 3]$ .



### Méthode

La courbe permet de déterminer une solution sur un intervalle fermé. Les variations de la fonction cube permettent de prouver qu'il n'y a pas de solutions en dehors de cet intervalle.

Pour plus de lisibilité, on n'a pas choisi les mêmes unités sur les deux axes.

Sur l'intervalle  $[-2; 3]$  la courbe de la fonction cube coupe une et une seule fois la droite d'équation  $y = 20$  donc l'équation  $x^3 = 20$  admet une unique solution sur  $[-2; 3]$ .

Si  $x < -2$ , comme la fonction cube est croissante sur  $\mathbb{R}$ ,  
 $x^3 < (-2)^3$  soit  $x^3 < -8$  donc  
l'équation  $x^3 = 20$  n'admet pas de solution inférieure à  $-2$ .

### Conseil

Revoir l'exercice 3 page 94.

De même si  $x > 3$ ,  $x^3 > 27$  donc  
l'équation  $x^3 = 20$  n'admet pas de solution supérieure à  $3$ .

Conclusion : l'équation  $x^3 = 20$  admet une unique solution.

### Question 1.b.

Dans la suite, on admet que cette équation admet une seule solution  $x_0$  sur  $\mathbb{R}$ .  
Encadrer  $x_0$  par deux entiers consécutifs.

$$2^3 = 8, 3^3 = 27 \text{ et } x_0^3 = 20.$$

Comme  $2^3 < 20 < 3^3$  donc  $2^3 < x_0^3 < 3^3$  donc  $2 < x_0 < 3$  :  
on en déduit que la solution est comprise entre 2 et 3.

### Méthode

On encadre 20 entre deux cubes successifs.

### Question 2.a.

Appliquer cet algorithme pour  $B = 50$ . Quels sont les nombres affichés en sortie ?

On construit un tableau d'état des variables :

Valeur de $X$	0	1	2	3	4
Valeur de $Y$	0	1	8	27	64
Test $Y < B$	Vrai	Vrai	Vrai	Vrai	Faux

L'algorithme affiche 3 et 4.

À la fin de l'algorithme,  
la variable  $X$  contient la  
valeur 4.

### Méthode

Cet algorithme contient une boucle : tant que le test est vrai, on exécute les instructions à l'intérieur de la boucle.

Quand le test est faux, on sort de la boucle et on exécute les instructions suivantes.

### Question 2.b.

L'algorithme nous indique que le premier entier dont le cube est supérieur à 20 000 est 28 donc en déduit que 20 000 est compris entre  $27^3$  et  $28^3$  c'est-à-dire que l'équation  $x^3 = 20\,000$  a une solution comprise entre 27 et 28.

### Méthode

À la fin de l'algorithme, la variable  $X$  contient le premier entier dont le cube est supérieur à la valeur  $B$ .