Exercice 91 Résolution détaillée

La population de Rennes était de 207 922 habitants en 2007, 194 656 en 1982, 180 943 en 1968.

Question 1

On traite ici une augmentation, le coefficient multiplicateur correspondant est $1 + \frac{9,6}{100}$ soit 1,096. La valeur initiale est connue, on cherche la valeur finale :
$180943 \times 1,096 = 198313$. Le nombre d'habitants en 1975 était de 198 313.

Méthode

On applique un pourcentage d'évolution. On utilise la méthode de l'exercice 1 page 63 indiquant les valeurs de a, b et c.

Définition

Valeur $\xrightarrow{\times \text{CM}}$ Valeur finale

Question 2

La valeur initiale est le nombre d'habitants en 1968, la valeur finale est le nombre d'habitants en 1982. À l'aide de la définition 2 page 62, le taux d'évolution est égale à

$$\frac{194656 - 180943}{180943} \approx 0,076$$

soit une hausse de 7,6% $(0,076 \times 100)$.

Méthode

On applique un pourcentage d'évolution, pour cela on utilise la méthode de l'exercice 2 page 63.

Question 3

Deux méthodes sont possibles :

• <u>méthode 1</u>
les coefficients multiplicateurs correspondants aux deux hausses sont 1,015 (+1,5%) et 1,052 (+5,2%).
On calcule le coefficient multiplicateur global :
$\text{CM}_{\text{global}} = 1,015 \times 1,052 \approx 1,068$ donc le taux d'évolution global est $\text{CM}_{\text{global}} - 1 = 0,068$.
Le pourcentage d'évolution cherché est de 6,8%.

• <u>méthode 2</u>
on procède comme à la question 2, c'est-à-dire on calcule le taux d'évolution à l'aide du nombre d'habitants.
$\frac{207922 - 194656}{194656} \approx 0,0068$ soit une hausse de 6,8%.

Méthode

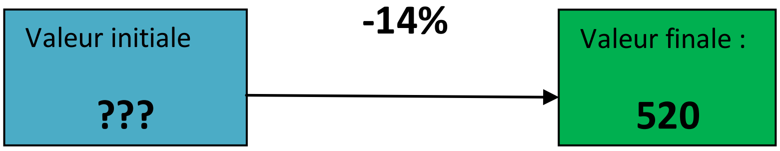
On peut utiliser la propriété 3 page 64 et les méthodes de l'exercice résolu 4 page 65.

Cette méthode est indépendante de la valeur initiale et de la valeur

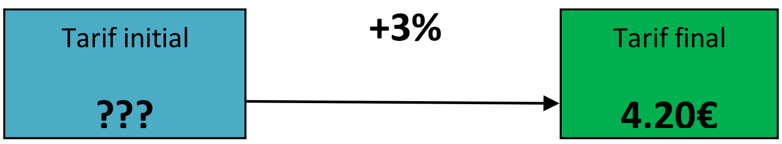
Exercice 92 Résolution détaillée

La fréquentation quotidienne de la cantine est de 520 élèves, elle a baissé de 14 % par rapport à l'année dernière. Le tarif quant à lui a augmenté de 3% pour atteindre 4,20€.

Fréquentation



Tarif



Conseil

Faire un schéma récapitulatif en début de recherche.

Cela permet bien de distinguer ce que l'on connait et ce que l'on cherche.

Question 1

Calculer le nombre d'élèves qui fréquentaient l'an dernier.

Le coefficient multiplicateur correspondant à une baisse de 14% est : $1 - 0{,}14 = 0{,}86$.

Baisse : CM < 1

$Valeur\ initiale \times CM = Valeur\ finale$ donc
$Valeur\ initiale = \frac{Valeur\ finale}{CM} = \frac{520}{0{,}86} \approx 605$.
605 élèves fréquentaient la cantine l'année passée.

Question 2

Calculer le tarif de la cantine l'an dernier.

Le coefficient multiplicateur correspondant à une hausse de 3% est : $1 + 0{,}03 = 1{,}03$.

Hausse : CM > 1

$Valeur\ initiale \times CM = Valeur\ finale$ donc
$Valeur\ initiale = \frac{Valeur\ finale}{CM} = \frac{4{,}20}{1{,}03} \approx 4{,}08$.
Le tarif de la cantine l'année passée était fixé à 4€08.

Exercice 93 Résolution détaillée

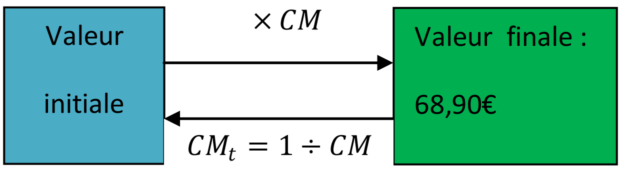
En octobre 2014, le cours du baril de pétrole baisse fortement ($-8{,}7\%$) pour s'établir à 68,90€.

Question 1

Quelle est l'évolution nécessaire pour que le prix moyen du baril retrouve son prix moyen du mois de septembre 2014 ?

Méthode

On peut utiliser la définition et la propriété 4 p 64 et s'inspirer des méthodes de l'exercice résolu 5 p 65.



Conseil

Connaitre la valeur initiale et la valeur finale ici ne présente pas d'intérêt pour la question 1.

Pour vérifier ses calculs, on pourra par contre utiliser ses valeurs.

Entre septembre et octobre 2014, le coefficient multiplicateur , correspondant à une baisse de 8,7%, est :
$CM = 1 - 0{,}087 = 0{,}913$
Le coefficient multiplicateur réciproque est donc : $CM_t = \frac{1}{0{,}913} = 1{,}0953$ ce qui correspond à un taux d'augmentation nécessaire de 9,53%.

Question 2

Comment peut-on contrôler le résultat que vous avez trouvé ?

Deux méthodes sont possibles :
Méthode 1 :
On calcule la valeur initiale de deux façons:

- grâce au coefficient multiplicateur 0,913 :

$Valeur\ initiale = \frac{Valeur\ finale}{0{,}913} \approx 75{,}47€$ donc le prix du baril en septembre 2014 était de 75,47€.

- grâce au coefficient multiplicateur réciproque 1,0953 :

$Valeur\ initiale = Valeur\ finale \times 1{,}0953 \approx 75{,}47€$
donc le prix du baril en septembre 2014 était de 75,47€.
Le résultat est ainsi vérifié.

La méthode 1 présente l'avantage de concrétiser la situation.

Méthode 2 :
La hausse de 9,53% doit compenser la baisse de 8,7%.
$0{,}913 \times 1{,}0953 \approx 1$
Le résultat est ainsi vérifié.

Exercice 94 Résolution détaillée

Les ventes de cannettes en Europe ont atteint les 59 milliards d'unités en 2012. Ces ventes ont progressé de 38,3% entre 2003 et 2008, puis de 12% entre 2008 2012.
En 2013, il faut environ 13,2 kg de métal pour fabriquer 1000 cannettes. La masse de métal nécessaire a diminué de 40% par rapport à 1969. Entre 1969 et 1984, la masse nécessaire à la fabrication de 1000 cannettes a diminué de 26%.

Question 1

Calculer, à 0,1 milliard d'unités près, le nombre de cannettes vendues en Europe en 2003.

$$\boxed{\text{Nombre en 2003 : ?}} \xrightarrow[\times\, 1,383]{+38,3\%} \boxed{\text{Nombre en 2008}} \xrightarrow[\times\, 1,12]{+12\%} \boxed{\text{Nombre en 2012 : 59 milliards d'unité}}$$

Conseil

La question 1 ne concerne que le nombre de cannettes vendues, faire le tri dans l'énoncé en ne s'intéressant qu'à ces données.

Méthode

On peut utiliser la propriété 3 p 64 et les méthodes de l'exercice résolu 4 p 65.

Le coefficient multiplicateur correspondant à ces deux hausses est : $1,12 \times 1,383 = 1,54896$.
$Valeur\ initiale \times CM = Valeur\ finale$ donc
$Valeur\ initiale = \frac{Valeur\ finale}{1,54896} = \frac{59}{1,54896} \approx 38,1$
donc le nombre de cannettes en Europe était de 38,1 milliards d'unités en 2003 (à 0,1 milliard d'unités près).

Question 2

Quel est le taux d'évolution, à 0,1% près, de la quantité de métal entre 1984 et 2013 ?

$$\boxed{\text{Métal nécessaire en 1969 :}} \xrightarrow[\times\, 0,74]{-26\%} \boxed{\text{Métal nécessaire en 1984 :}} \xrightarrow[\times\, x]{????} \boxed{\text{Métal nécessaire en 2013 :}}$$

$$\xrightarrow[\times\, 0,6]{-40\%}$$

Conseil

Un schéma....rien de tel pour distinguer les hypothèses et visualiser ce que l'on cherche.

La donnée 13,2 kg ne présente pas d'intérêt ici.

On a, en appliquant la même propriété qu'à la question 1 : $0,74 \times x = 0,6$ donc $x = \frac{0,6}{0,74} \approx 0,811$.
$1 - 0,811 = 0,189$.
Entre 1984 et 2013, la masse nécessaire à la

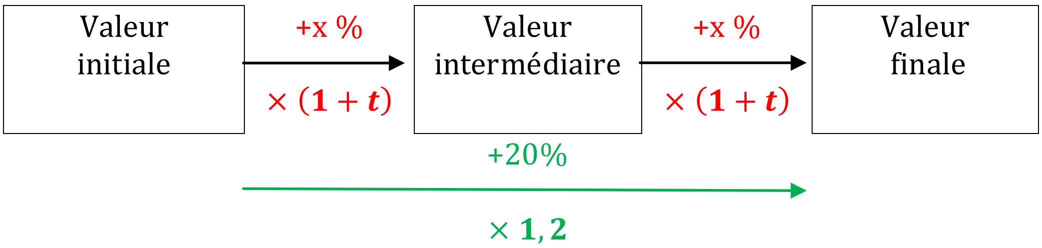
fabrication de 1000 cannettes a diminué de 18,9%.

Exercice 95 Résolution détaillée

Un commerçant désire augmenter un prix de 20%.

Question 1

Il choisit pour cela d'appliquer deux hausses successives du même taux. Quel taux doit-il choisir ?



On pose $t = \frac{x}{100}$.
On cherche t tel que : $(1+t)^2 = 1{,}2 \Leftrightarrow 1 + 2t + t^2 = 1{,}2 \Leftrightarrow t^2 + 2t - 0{,}2 = 0$.
On résout cette équation du second degré : $\Delta = 4{,}8$, deux racines :$t_1 \approx 0{,}0954$; $t_2 \approx -2$.
Une seule solution : $t = t_1 \approx 0{,}095$. Le taux cherché est donc environ 9,54%.

Question 2

Il choisit pour cela d'appliquer trois hausses successives du même taux. Quel taux doit-il choisir ?

Le raisonnement est le même que précédemment mais l'équation à résoudre est cette fois : $(1+t)^3 = 1{,}2$.
Ce qui rend pour cette année impossible la résolution exacte !
On utilise par exemple le tableur de sa calculatrice.

```
Table Func   :Y=
Y1=(1+X)^3
Y2=1.2
```

X	Y1	Y2
0	1	1.2
0.01	1.0303	1.2
0.02	1.0612	1.2
0.03	1.0927	1.2
0.04	1.1248	1.2
0.05	1.1576	1.2
0.06	1.191	1.2
0.07	1.225	1.2

D'après le tableau ci-contre, on a : $1{,}07^3 \approx 1{,}2$ donc le taux cherché est approximativement 6%.

Une recherche plus fine indiquerait que ce taux serait plus précisément 6,27%.

Pour cela, utiliser par exemple une méthode graphique

Exercice 96 Résolution détaillée

On place un capital à intérêts composés au taux mensuel de 0,7%

Question 1

Quel est le taux d'évolution annuel ?

Méthode

Evolutions successives, 12 fois de suite mais le principe est le même.

Janvier	+0,7 % → $\times\, 1,007$	Février	+0,7 % → $\times\, 1,007$	………	+0,7 % → $\times\, 1,007$	Décembre

12 fois une hausse de 0,7%

$$\times\,(1,007)^{12} \approx 1,087$$

Le taux d'évolution annuel est donc d'environ 8 ,7%.

Question 2

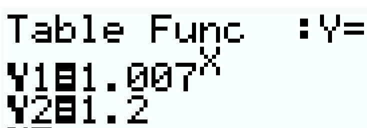
Combien de mois faudrait-il laisser placé ce capital pour qu'il augmente d'au moins 20% ?

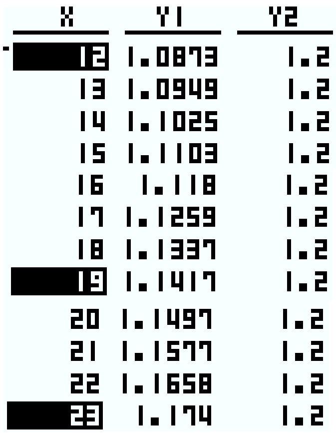
Méthode

Même propriété mais l'inconnue est cette fois le nombre de hausses

En raisonnant de façon identique, on cherche n, le nombre de mois, tel que : $1{,}007^n \geq 12$.

On utilise le tableur de la calculatrice.





X	Y1	Y2
12	1.0873	1.2
13	1.0949	1.2
14	1.1025	1.2
15	1.1103	1.2
16	1.118	1.2
17	1.1259	1.2
18	1.1337	1.2
19	1.1417	1.2
20	1.1497	1.2
21	1.1577	1.2
22	1.1658	1.2
23	1.174	1.2

D'après le tableau ci-contre, on a :
n=27.

Le nombre de mois recherché est donc 27.

24	1.1822	1.2
25	1.1905	1.2
26	1.1988	1.2
27	1.2072	1.2