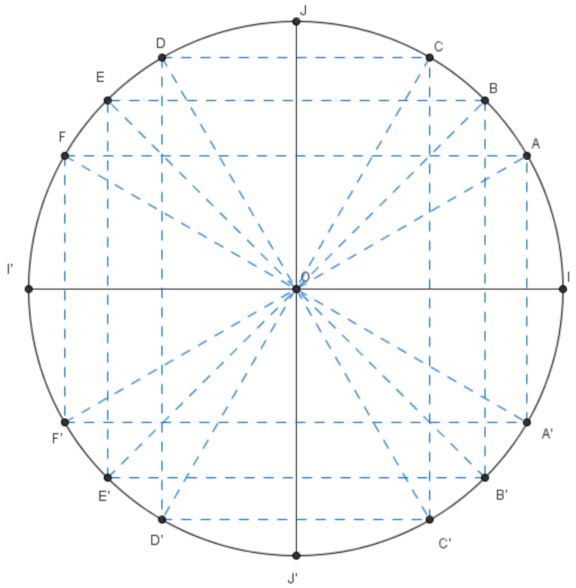
Exercices corrigés pour améliorer ses techniques

Pour les exercices 1 à 5, on utilisera la figure ci-dessous identique à celle du manuel page 156.



Enroulement sur le cercle

Exercice 1

Donner les points images sur le cercle trigonométrique représenté ci-dessus, des réels :

$-\dfrac{2\pi}{3}$; $\dfrac{7\pi}{2}$; $\dfrac{-5\pi}{6}$; $\dfrac{13\pi}{4}$

voir le corrigé

Exercice 2

Quels réels s'appliquent sur les points A', D, E' et I' lorsque l'on enroule la droite numérique sur $\mathcal{C}$:

a. dans le sens direct au premier tour.
b. dans le sens direct au second tour.
c. dans le sens indirect au premier tour.

voir le corrigé

Cosinus et sinus d'un réel

Exercice 3

Indiquer le point image sur le cercle trigonométrique ci-dessus de chacun des réels suivants et donner son sinus et son cosinus.

a. $\dfrac{\pi}{6}$ **b.** $-\dfrac{3\pi}{4}$ **c.** $\dfrac{2\pi}{3}$ **d.** $-\dfrac{5\pi}{2}$

voir le corrigé

Exercice 4

Indiquer sur le cercle trigonométrique ci-contre le point image de chacun des réels donnés ci-dessous et donner les valeurs exactes de leurs cosinus et sinus.

a. $\frac{4\pi}{3}$ **b.** $-\frac{5\pi}{4}$ **c.** $\frac{7\pi}{6}$

d. $\frac{10\pi}{3}$ **e.** $2011\,\pi$ **f.** $\frac{1}{2} \times 2011\,\pi$

▸ voir le corrigé

Exercice 5

Indiquer sur le cercle trigonométrique ci-contre le point image du réel x et reconnaître la valeur exacte de x :

a. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $x \in [0;\ \pi[$

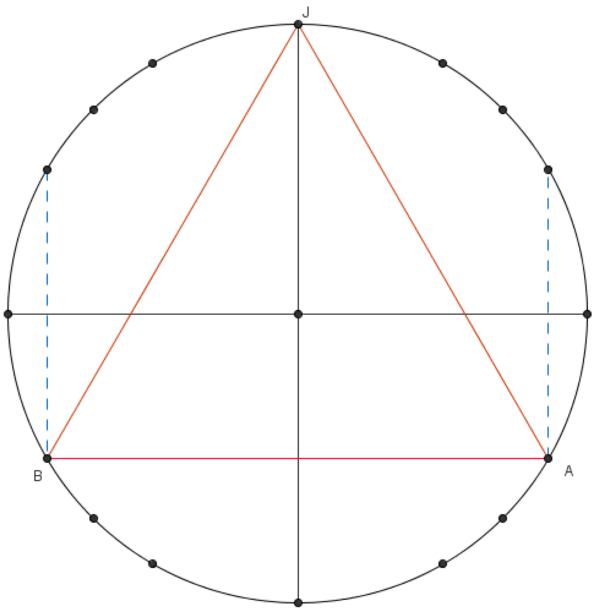
b. $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $x \in [\frac{\pi}{2};\ \frac{3\pi}{2}[$

c. $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\cos x = -0{,}5$ et $x \in [0; 2\pi[$

▸ voir le corrigé

Exercice 6

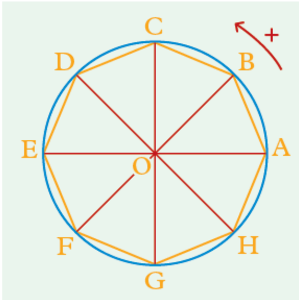
Le triangle équilatéral ABJ est inscrit dans un cercle trigonométrique et A est le point image du réel $-\frac{\pi}{6}$ sur ce cercle.
Donner pour chaque point A, B et J, le réel de $]-\pi\,;\pi\,]$ auquel il est associé ainsi que le sinus et le cosinus de ce réel.



▸ voir le corrigé

Exercice 7

ABCDEFGH est un octogone régulier inscrit dans le cercle trigonométrique $\mathcal{C}$ de centre O.



1. Donner les réels de $]-\pi\,;\pi]$ qui ont pour images A, B, C, D, E, F, G, H.
2. Donner les réels que $[0\,;\,2\pi]$ qui ont pour images A, B, C, D, E, F, G et H.

3. a. Justifier que $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

b. Déterminer tous les réels x de $-\pi;\pi$ tels que $\sqrt{2}\cos x = -1$.

c. Déterminer tous les réels x de $0;2\pi$ tels que $\sqrt{2}\sin x = -1$.

▸ voir le corrigé

Exercice 8

1. Soit $a = \dfrac{\pi}{3}$ et $b = \dfrac{\pi}{6}$.

a. Donner les valeurs de cos a et cos b.

b. Calculer a+b et donner son cosinus.

c. A-t-on $\cos(a+b) = \cos a + \cos b$?

2. Calculer $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$.

▸ voir le corrigé

Exercice 9

1. On considère la proposition : « si $t > \dfrac{\pi}{3}$, alors $\sin t > \sin \dfrac{\pi}{3}$ ».

Trouver, si possible, un réel $t \in 0;\pi$ tel que :

a. la proposition soit vraie
b. la proposition soit fausse

2. Reprendre la question 1. avec la proposition : « si $t < \dfrac{\pi}{3}$, alors $\sin t < \sin \dfrac{\pi}{3}$ ».

▸ voir le corrigé

Cosinus et sinus d'un angle : valeurs remarquables

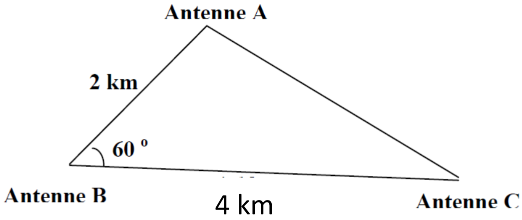
Exercice 10

ABC est un triangle tel que :
BC= 2 ; $\widehat{BAC} = 30°$ et $\widehat{ABC} = 45°$.
H est le pied de la hanteur issue de C.
En considérant successivement les triangles BHC puis CHA, déterminer la longueur BA.

▸ voir le corrigé

Exercice 11

Pour éviter les interactions entre trois antennes A, B et C, les techniciens en communication ont adopté cette disposition :

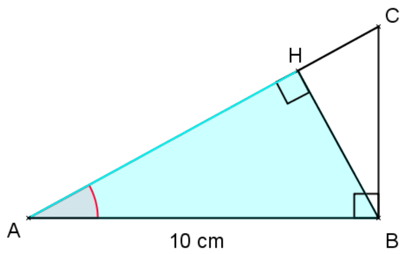


De combien de kilomètres les antennes A et C sont elles distantes ? On donnera une valeur approchée à 0,1 km près.
Aide : tracer la hauteur [AH] et calculer AH, BH et CH.

▸ voir le corrigé

Exercice 12

ABC est un triangle rectangle en B avec
AB = 10 cm. [BH] est la hauteur issue de B dans ce triangle.



1. Montrer que l'aire du triangle ABC s'exprime simplement en fonction de tan $\widehat{A}$.
2. Montrer que l'aire du triangle ABH s'exprime simplement en fonction du produit $\sin \widehat{A} \times \cos \widehat{A}$.
3. Déterminer pour quelle valeur de $\widehat{A}$, l'aire du triangle ABH est égale au quart de celle du triangle ABC.

▸ voir le corrigé