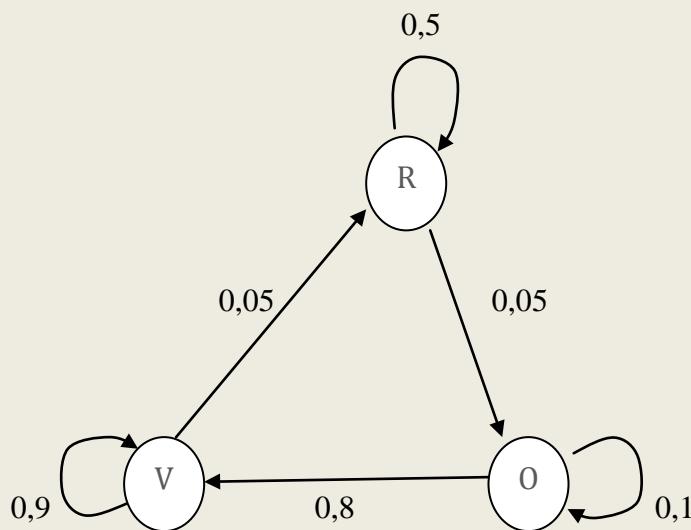


Chapitre 4 – Exercice guidé page 132

1.a. Etape 1 : on distingue trois états pour le feu tricolore : vert (V), orange (O) et rouge (R).

On représente les changements d'états et on indique les probabilités associées indiquées dans l'énoncé.



Etape 2 : la somme des probabilités partant de chaque état doit être égale à 1, ce qui permet de déterminer les autres probabilités.

On obtient le graphe figurant page 132 du manuel.

b. Il s'agit de former la matrice suivante :

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} V & O & R \end{matrix} \\ \begin{matrix} V \\ O \\ R \end{matrix} & \begin{pmatrix} P_V(V) & P_V(O) & P_V(R) \\ P_O(V) & P_O(O) & P_O(R) \\ P_R(V) & P_R(O) & P_R(R) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,05 & 0,05 \\ 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,45 & 0,05 & 0,5 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Remarque

On vérifie que la somme des coefficients de chaque ligne de la matrice M est égale à 1. Ceci correspond au fait que, sur le graphe, la somme des probabilités partant d'un état est égale à 1.

2. a. $P_1 = (V_1 \ O_1 \ R_1)$. Le premier feu rencontré étant vert, on a $V_1 = 1$, $O_1 = 0$ et $R_1 = 0$ d'où $P_1 = (1 \ 0 \ 0)$.

$$P_2 = P_1 \times M = (1 \ 0 \ 0) \times \begin{pmatrix} 0,9 & 0,05 & 0,05 \\ 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,45 & 0,05 & 0,5 \end{pmatrix} = (0,9 \ 0,05 \ 0,05)$$

$$\text{b. } P_3 = P_2 \times M = (0,9 \ 0,05 \ 0,05) \times \begin{pmatrix} 0,9 & 0,05 & 0,05 \\ 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,45 & 0,05 & 0,5 \end{pmatrix} = (V_3 \ O_3 \ R_3)$$

donc

$$V_3 = 0,9 \times 0,9 + 0,05 \times 0,8 + 0,05 \times 0,45 = 0,8725$$

$$O_3 = 0,9 \times 0,05 + 0,05 \times 0,1 + 0,05 \times 0,05 = 0,0525$$

$$R_3 = 0,9 \times 0,05 + 0,05 \times 0,1 + 0,05 \times 0,5 = 0,075$$

La probabilité que la troisième feu soit vert est $V_3 = 0,8725$.

3. Dans ce cas $V_1 = 0$, $O_1 = 0$ et $R_1 = 1$ d'où $P_1 = (0 \ 0 \ 1)$.

$P_8 = (V_8 \ O_8 \ R_8)$ donc, quand le premier feu est rouge, la probabilité :

- que le huitième feu soit vert est $0,85 \text{ à } 10^{-2}$ près
- que le huitième feu soit orange est $0,05 \text{ à } 10^{-2}$ près
- que le huitième feu soit rouge est $0,1 \text{ à } 10^{-2}$ près