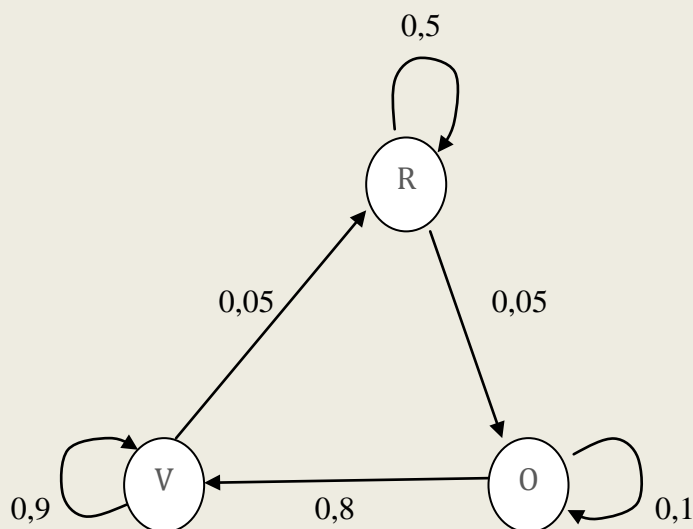


Chapitre 4 – Exercice guidé page 132

**1.a.** Etape 1 : on distingue trois états pour le feu tricolore : vert (V), orange (O) et rouge (R).

On représente les changements d'états et on indique les probabilités associées indiquées dans l'énoncé.



Etape 2 : la somme des probabilités partant de chaque état doit être égale à 1, ce qui permet de déterminer les autres probabilités.

On obtient le graphe figurant page 132 du manuel.

**b.** Il s'agit de former la matrice suivante :

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{V} & \text{O} & \text{R} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{V} \\ \text{O} \\ \text{R} \end{matrix} & \begin{pmatrix} P_V(V) & P_V(O) & P_V(R) \\ P_O(V) & P_O(O) & P_O(R) \\ P_R(V) & P_R(O) & P_R(R) \end{pmatrix} \end{matrix} = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,05 & 0,05 \\ 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,45 & 0,05 & 0,5 \end{pmatrix}$$

*Remarque*

On vérifie que la somme des coefficients de chaque ligne de la matrice M est égale à 1. Ceci correspond au fait que, sur le graphe, la somme des probabilités partant d'un état est égale à 1.

**2. a.**  $P_1 = (V_1 \ O_1 \ R_1)$ . Le premier feu rencontré étant vert, on a  $V_1 = 1$ ,  $O_1 = 0$  et  $R_1 = 0$  d'où  $P_1 = (1 \ 0 \ 0)$ .

$$P_2 = P_1 \times M = (1 \ 0 \ 0) \times \begin{pmatrix} 0,9 & 0,05 & 0,05 \\ 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,45 & 0,05 & 0,5 \end{pmatrix} = (0,9 \ 0,05 \ 0,05)$$

$$\mathbf{b.} \ P_3 = P_2 \times M = (0,9 \ 0,05 \ 0,05) \times \begin{pmatrix} 0,9 & 0,05 & 0,05 \\ 0,8 & 0,1 & 0,1 \\ 0,45 & 0,05 & 0,5 \end{pmatrix} = (V_3 \ O_3 \ R_3)$$

donc

$$V_3 = 0,9 \times 0,9 + 0,05 \times 0,8 + 0,05 \times 0,45 = 0,8725$$

$$O_3 = 0,9 \times 0,05 + 0,05 \times 0,1 + 0,05 \times 0,05 = 0,0525$$

$$R_3 = 0,9 \times 0,05 + 0,05 \times 0,1 + 0,05 \times 0,5 = 0,075$$

La probabilité que la troisième feu soit vert est  $V_3 = 0,8725$ .

3. Dans ce cas  $V_1 = 0$ ,  $O_1 = 0$  et  $R_1 = 1$  d'où  $P_1 = (0 \ 0 \ 1)$ .

$P_8 = (V_8 \ O_8 \ R_8)$  donc, quand le premier feu est rouge, la probabilité :

- que le huitième feu soit vert est 0,85 à  $10^{-2}$  près
- que le huitième feu soit orange est 0,05 à  $10^{-2}$  près
- que le huitième feu soit rouge est 0,1 à  $10^{-2}$  près