Chapitre 2 – Objectif Bac – page 56

A. Rappelons le **Test de Primalité** de la page 52 : Soit *n* un entier supérieur à 2.
Si *n* n'est divisible par aucun des nombres premiers inférieurs ou égaux à $\overline{}$ alors *n* est un nombre premier.
Ici $n = 2017$ et $\sqrt{2017} \approx 44$ ($44^2 = 1936$ et $45^2 = 2025$).
Les nombres premiers inférieurs à 44 sont fournis dans la liste en fin d'exercice (le plus grand est 43) et on vérifie qu'aucun d'entre eux ne divise 2017.

D'après le Test de Primalité, 2017 est premier.

B.1. 3 est solution si et seulement si $9 – 3S + 12\,102 = 0$ soit $3S = 12\,111$ d'où $S = 4037$.
L'équation s'écrit alors :

$$n^2 - 4037n + 12\,102 = 0.$$

Le produit des deux racines est 12102 donc la deuxième racine *r* est telle que
$3r = 12\,102$ soit $r = 4034$ ce qu'on retrouve aisément en résolvant l'équation.

2. De même 5 est solution si et seulement si $25 – 5S + 12\,102 = 0$ soit $5(S – 5) = 12\,102$.
C'est impossible avec *S* entier, 5 ne divisant pas 12 102.

3. Si *n* est solution de (E) on a $n^2 - Sn + 12\,102 = 0$.
On en déduit :

$$12\,102 = Sn – n^2 \text{ soit } 12\,102 = n(S – n).$$

Comme *n* et *S* sont des entiers on en déduit que *n* est un diviseur de 12 102.
Or $12\,102 = 2 \times 6051 = 2 \times 3 \times 2017$ avec 2, 3 et 2017 premiers d'après le A.
Donc 12 102 admet 8 diviseurs positifs :

$$1, 2, 3, 6, 2017, 4034, 6051, 12\,102.$$

On teste ces valeurs successivement dans la relation $12\,102 = n(S – n)$.
Pour $n = 1$, $S - n = 12\,102$ d'où $S = 12\,103$.
Pour $n = 12\,102$, $S - n = 1$ d'où $n = 12\,103$ également.
De même, pour $n = 2$ ou 6051, on a $S = 6053$.
Pour $n = 3$ ou 4034, on a $S = 4037$.
Pour $n = 6$ ou 2017, on a $S = 2023$.