Chapitre 9 – Corrigé détaillé – Objectif Bac

1. A(3 ; 31,75) appartient à la courbe représentant la fonction C donc $C(3)=31{,}75$.
On calcule donc $C(3)$ avec :

$$C(x) = ax^4 + bx^3 + cx + 10.$$

Ainsi :
$C(3) = a \times 3^4 + b \times 3^3 + c \times 3 + 10$
$C(3) = 81a + 27b + 3c + 10$

Or $C(3)=31{,}75$; on en déduit donc l'égalité :

$$81a + 27b + 3c + 10 = 31{,}75,$$

qui permet enfin d'obtenir l'équation

$$81a + 27b + 3c = 21{,}75.$$

De la même façon avec B(6 ; 80,5), on obtient :
$C(6) = 1296a + 216b + 6c + 10 = 80{,}5.$

On obtient l'équation :

$$1296a + 216b + 6c = 70{,}5.$$

D'autre part, le coût marginal est de 2075 euros pour 600 paniers vendus, soit $C_m(6) = 20{,}75$ en tenant compte des unités (centaines de paniers et centaines d'euros).
Or,

$$C_m(x) = C'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + c.$$

Alors $C_m(6) = 864a + 108b + c.$
On en déduit donc la 3ème équation du système :

$$864a + 108b + c = 20{,}75.$$

> **Conseil**
>
> Les coordonnées des deux points situés sur la courbe permettent d'obtenir les deux premières équations.
> Ne pas oublier de réduire l'égalité obtenue pour ne conserver que les inconnues *a, b, c* à gauche du signe « = ».

> **Rappel**
>
> Le coût marginal étant assimilé à la dérivée du coût total, ne pas oublier de calculer *C'* au préalable.

2. Le système obtenu est équivalent à l'égalité $MX = Y$

où $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$, $M = \begin{pmatrix} 81 & 27 & 3 \\ 1296 & 216 & 6 \\ 864 & 108 & 1 \end{pmatrix}$ et $Y = \begin{pmatrix} 21{,}75 \\ 70{,}5 \\ 20{,}75 \end{pmatrix}$.

> **Remarque**
>
> Chaque membre de gauche de chaque ligne du système permet d'écrire dans le même ordre chacune des 3 lignes de la matrice *M*.

3. En partant de l'égalité $MX = Y$, on multiplie dans les deux membres par M^{-1} à gauche : $M^{-1}MX = M^{-1}Y$.
Or $M^{-1}M = I$, donc $X = M^{-1}Y$.

À l'aide de la calculatrice, on obtient $X = \begin{pmatrix} -\frac{1}{48} \\ \frac{5}{16} \\ 5 \end{pmatrix}$.

On peut alors écrire l'expression de la fonction C :

$$C(x) = -\frac{1}{48}x^4 + \frac{5}{16}x^3 + 5x + 10.$$

Aide

Pour l'utilisation de la calculatrice, revoir si nécessaire l'aide figurant page 276 du manuel.

4. Une quantité de 750 paniers correspond à 7,5 centaines de paniers :

$$C(7{,}5) = -\frac{1}{48} \times 7{,}5^4 + \frac{5}{16} \times 7{,}5^3 + 5 \times 7{,}5 + 10.$$

Donc $C(7{,}5) \approx 113{,}42$.

Le coût total de production de 750 paniers est donc de 11 342 euros.

Attention !

Ne pas oublier de conclure par une phrase en reprenant les unités de l'énoncé : des centaines de paniers et des centaines d'euros (on multiplie donc ici par 100).