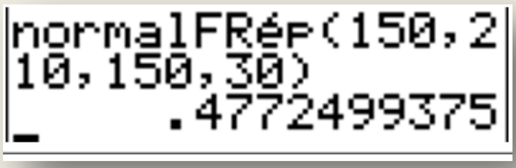
Chapitre 7 – Corrigé détaillé – Objectif Bac

A.1. La moyenne (ou l'espérance) d'une loi normale correspond graphiquement à l'axe de symétrie de la courbe de densité.
On en déduit que $\mu = 150$.

2. <u>Méthode 1</u>: en utilisant la calculatrice.



On a $P(150 \leq X \leq 210) = 0{,}48$ à 10^{-2} près.

<u>Méthode 2</u>: en utilisant la symétrie et les intervalles remarquables.
On peut remarquer que :

$$P(150 \leq X \leq 210) = P(\mu \leq X \leq \mu + 2\sigma).$$

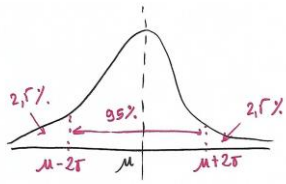
D'une part, on sait que $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0{,}95$.

D'autre part, en utilisant la symétrie par rapport à μ,

$$P(\mu \leq X \leq \mu + 2\sigma) = \frac{1}{2}\ P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma).$$

On en déduit que $P(150 \leq X \leq 210) = 0{,}48$ à 10^{-2} près.

Conseil
Ne pas hésiter à faire un croquis pour visualiser la symétrie et l'intervalle « 2 sigma »



3. <u>Méthode 1</u>: en utilisant la calculatrice.

On a $P(X \leq 120) = 0{,}84$.

Remarque
La calculatrice ne calcule que la probabilité d'un intervalle borné.
Pour obtenir $P(X>120)$ à la calculatrice, on peut calculer $P(120<X<10^{99})$.

Méthode 2: En utilisant la symétrie et les intervalles remarquables, on peut remarquer que :

$$P(X \leq 120) = P(X \leq \mu - \sigma).$$

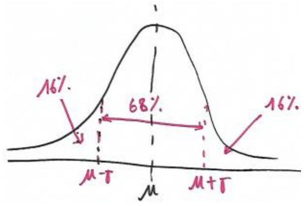
On sait que $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0{,}68$.

En utilisant la symétrie, on en déduit que :

$$P(X \leq \mu - \sigma) \approx 0{,}68 + 0{,}16 = 0{,}84.$$

Conseil

Ne pas hésiter à faire un croquis pour visualiser la symétrie et l'intervalle « 1 sigma »:



4. Si $k > \mu$ alors $P(X<k) > P(X<\mu)$. Or, par symétrie, $P(X<\mu) = 0{,}5$.

Donc la proposition est fausse.

B. La courbe représentant la densité de la loi normale de moyenne $\mu' = 205$ et d'écart-type $\sigma' = 40$ est symétrique par rapport à $\mu' = 205$.
On peut donc éliminer la courbe $\mathcal{C}_1$.

L'écart-type σ' étant strictement supérieur à σ, la taille des poissons de la zone 2 est plus dispersée que dans la zone 1; on en déduit que la courbe cherchée est plus évasée que la courbe représentée dans la question 1.

C'est donc la courbe $\mathcal{C}_3$ qui représente la densité de la loi normale de moyenne $\mu' = 205$ et d'écart-type $\sigma' = 40$.