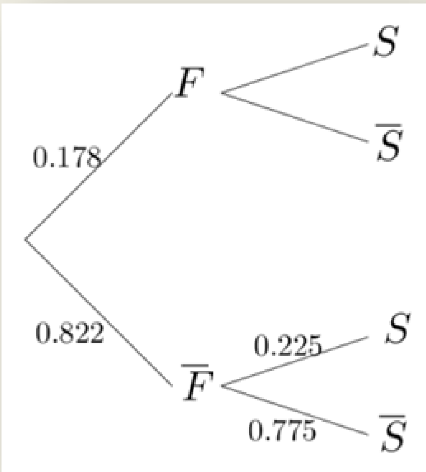
Chapitre 6 – Corrigé détaillé – Objectif Bac

1. $P(\mathrm{S})$ désigne la probabilité que l'élève choisi au hasard soit inscrit à l'association sportive.
Donc $P(\mathrm{S})=0{,}203$.

$P_{\overline{\mathrm{F}}}(S)$ désigne la probabilité que l'élève choisi au hasard soit inscrit à l'association sportive sachant qu'il n'est pas fumeur.
Donc $P_{\overline{\mathrm{F}}}(S)=0{,}0225$.

Conseil
« D'après l'énoncé… » : il n'y a donc pas de calcul à faire , il suffit de tirer les probabilités demandées de l'énoncé.

2.



Attention !

on ne demande pas de compléter entièrement l'arbre mais seulement les quatre pointillés. Les données de l'énoncé de permettent d'ailleurs pas de le compléter.

3. $P(\overline{\mathrm{F}} \cap \mathrm{S}) = P(\overline{\mathrm{F}}) \times P_{\overline{\mathrm{F}}}(\mathrm{S}) = 0{,}822 \times 0{,}225$
$= 0{,}185$ à 10^{-3} près.

La probabilité que l'élève choisi soit non fumeur et inscrit à l'AS est égale à 0,185.

4. On utilise la définition d'une probabilité conditionnelle:

$$P_{\mathrm{S}}(\overline{\mathrm{F}}) = \frac{P(\overline{\mathrm{F}} \cap \mathrm{S})}{P(\mathrm{S})} = \frac{0{,}185}{0{,}203} = 0{,}911 \text{ à } 10^{-3} \text{ près.}$$

5. On cherche à déterminer $P_{\mathrm{F}}(\mathrm{S})$.
C'est une des probabilités conditionnelles manquantes dans l'arbre ci-dessus.
La définition d'une probabilité conditionnelle permet d'écrire :

$$P_{\mathrm{F}}(\mathrm{S}) = \frac{P(\mathrm{F} \cap \mathrm{S})}{P(\mathrm{F})}.$$

P(F) est donné dans l'énoncé. Il faut donc trouver $P(\mathrm{F} \cap \mathrm{S})$.

Or, d'après la formule des probabilités totales,

$$P(\mathrm{S}) = P(\mathrm{F} \cap \mathrm{S}) + P(\overline{\mathrm{F}} \cap \mathrm{S}).$$

Donc $P(\mathrm{F} \cap \mathrm{S}) = P(\mathrm{S}) - P(\overline{\mathrm{F}} \cap \mathrm{S})$.

Puis, en utilisant le résultat de la question 3,

$P(\mathrm{F} \cap \mathrm{S}) = 0{,}203 - 0{,}185 = 0{,}018$.

Finalement,

$$P_{\mathrm{F}}(\mathrm{S}) = \frac{P(\mathrm{F} \cap \mathrm{S})}{P(\mathrm{F})} = \frac{0{,}018}{0{,}178} = 0{,}101 \text{ à } 10^{-3} \text{ près.}$$

Remarque
On pourrait dans un premier temps penser à écrire :
$P(\mathrm{F} \cap \mathrm{S}) = P_{\mathrm{S}}(\mathrm{F}) \times P(\mathrm{S})$
mais on ne connait pas $P_{\mathrm{S}}(\mathrm{F})$. Donc cela ne nous avance pas.
L'autre formule dans laquelle apparait $P(\mathrm{F} \cap \mathrm{S})$ est la formule des probabilités totales…

6. Soit X la variable aléatoire donnant le nombre d'élèves inscrits à l'AS parmi les 4 gagnants.
Les tirages successifs étant assimilés à des tirages avec remise, ils sont donc considérés comme des expériences identiques et indépendantes.

La variable aléatoire X peut donc être assimilée à une loi binomiale de paramètres $n = 4$ et $p = 0{,}203$.

On demande $P(X \geq 1)$, or :

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0797^4$$
$$= 0{,}597 \text{ à } 10^{-3} \text{ près.}$$

Remarque
Si on ne pense pas à écrire $P(X=0)=0{,}797^4$, on peut tout de même obtenir $P(X=0)$ en utilisant la calculatrice.

Avec TI par exemple :