Chapitre 1 – Corrigé détaillé – Objectif Bac

1. $u_1 = u_0 \times 0{,}4 + 120 = 115 \times 0{,}4 + 120 = 166$
$u_2 = u_1 \times 0{,}4 + 120 = 166 \times 0{,}4 + 120 \approx 186.$

S'agissant d'un nombre d'oiseaux, on doit arrondir à l'entier le plus proche.

2. a. Pour l'algorithme 1**,** la formule permettant de calculer les termes de la suite n'est pas la bonne : il faut $0{,}4 \times U + 120$ et non $0{,}6 \times U + 120$.

Pour l'algorithme 2 : la formule permettant de calculer les termes de la suite n'est toujours pas correcte et de plus, après chaque calcul, *U* reprend la valeur 115.

b. Soit u_n le nombre d'oiseaux présents en 2013+*n*. Seuls 40% de ces oiseaux restent présents dans le centre l'année suivante ; il en reste donc $0{,}4 \times u_n$, auxquels on ajoute les 120 nouveaux oiseaux accueillis dans le centre.
Ainsi, pour tout entier naturel *n*,

$$u_{n+1} = 0{,}4 \times u_n + 120.$$

3. a. Pour tout entier naturel *n*, $v_{n+1} = u_{n+1} - 200$
$v_{n+1} = 0{,}4u_n + 120 - 200 = 0{,}4 \times u_n - 80$
Donc $v_{n+1} = 0{,}4(u_n - 200) = 0{,}4 \times v_n$.
Ainsi, la suite (v_n) est une suite géométrique de raison *q*=0,4.
Son premier terme est :
$v_0 = u_0 - 200 = 115 - 200 = -85.$

b. Pour tout entier naturel *n*,

$$v_n = v_0 \times q^n = -85 \times 0{,}4^n.$$

c. Puisque pour tout entier naturel *n*, $v_n = u_n - 200$, on en déduit que $u_n = v_n + 200$ et ainsi, pour tout entier naturel *n*,
$u_n = -85 \times 0{,}4^n + 200.$

> **Rappel**
> Conserver 40% d'une quantité revient à multiplier cette quantité par 0,4.

> **Conseil**
> Pour vérifier qu'un algorithme fonctionne et est cohérent avec les données de l'énoncé, il faut vérifier que les variables sont initialisées correctement, et ici, que les instructions figurant dans la boucle **Pour…** correspondent à la situation.
> Ne pas hésiter à le tester avec une « petite » valeur de *N* pour vérifier la cohérence des résultats avec les calculs faits en **1.**

> **Aide**
> La factorisation par 0,4 permet de faire apparaître l'expression de v_n puisque $v_n = u_n - 200$.

d. Pour tout entier naturel *n*,
$-0{,}85 \times 0{,}4^n < 0$ donc en ajoutant 200 dans chaque membre de cette inégalité :
$200 - 0{,}85 \times 0{,}4^n < 200$ et donc $u_n < 200$.
La capacité du centre est donc suffisante puisque le nombre d'oiseaux accueillis ne dépassera jamais 200 d'après cette modélisation.

Attention !
Puisque 0<0,4<1, le calcul de la limite de la suite (u_n)donne 200 mais cela n'aurait pas permis de conclure car le sens de variation de la suite (u_n) n'a pas été étudié ici.