

Chapitre 10 – Corrigé détaillé – Objectif Bac

1. Le graphe est connexe ; ainsi chaque sommet est adjacent à au moins un autre sommet du graphe.

À partir d'un village quelconque, on peut donc toujours « rouler vers le village le plus proche » (ligne 4).

2. À partir du village G, le village suivant le plus proche et non encore visité est B (à une distance de 10 km).

Ensuite, à partir de B, le village le plus proche et non encore visité est le village A (distance 15 km).

On continue ainsi et on obtient G-B-A-F-G (puisqu'il est impossible de revenir en arrière).

Et l'algorithme s'arrête puisque G a déjà été visité.

3. Le graphe est **connexe** et tous ses sommets sont de degré pair.

Donc, d'après le théorème d'Euler, il est possible de trouver un cycle eulérien (le village choisi au départ peut être un des sommets quelconques du graphe).

Conseil

Lors de l'utilisation du théorème d'Euler, ne pas oublier de rappeler que le graphe est connexe.

4. S'agissant de déterminer une plus courte chaîne entre les sommets A et D, il faut ici utiliser l'algorithme de Dijkstra.

A	B	C	D	E	F	G	Sommet atteint
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	A
	(15,A)	∞	∞	∞	(30,A)	∞	B
		(36,B)	(40,B)	∞	(30,A)	(25,B)	G
		(36,B)	(40,B)	(50,G)	(30,A)		F
		(36,B)	(40,B)	(50,G)			C
			(40,B)	(50,G)			D

Rappel

La lecture de la distance minimale se fait en « remontant » à partir de la dernière ligne du tableau : pour parvenir à D, on provient de B ; pour arriver en B, on provient de A.

Le sommet D étant fixé, l'algorithme s'arrête.

La distance minimale à parcourir est de 40 km et le trajet correspondant est A-B-D.

5. La matrice d'adjacence M est :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Remarque

Le graphe étant non orienté, il est conseillé de vérifier que la matrice obtenue est bien symétrique : les coefficients de la 1^{ère} colonne sont égaux aux coefficients de la 1^{ère} colonne, etc.

6. Les coefficients de la matrice M donnent le nombre de chaînes de longueur 4 reliant deux sommets du graphe.

Les sommets étant notés dans l'ordre alphabétique,

il y a donc 14 chaînes de longueur 4 reliant le sommet C au sommet D.