

Exercice 69

1. L'univers des possibles est l'ensemble Ω des 102 jetons. Comme le tirage d'un jeton s'effectue au hasard, on choisit le modèle d'équiprobabilité sur Ω (les 102 issues sont équiprobables, chacune de probabilité $\frac{1}{102}$).

- Il existe 9 issues favorables à la réalisation de l'événement A (ce sont les 9 jetons « A »).

D'où $p(A) = \frac{9}{102}$.

- L'événement B est réalisé par chacune des issues suivantes :

les 9 jetons « A », les 15 jetons « E », les 8 jetons « I », le jeton « K », les 5 jetons « L », les 6 jetons « N », les 6 jetons « Q », les 6 jetons « R », les 6 jetons « S », les 6 jetons « T », les 6 jetons « U ».

Il existe donc $9+15+5+1+5+6+6+6+6+6+6$ soit 67 issues favorables à l'événement B.

- Les voyelles sont les lettres A, E, I, O, U, Y.

Il en existe $9+15+8+6+6+1$ soit 45.

D'où $p(C) = \frac{45}{102} = \frac{15}{34}$.

2. $A \cap B$ est l'événement « le jeton est un "A" ET rapporte 1 point ».

Comme la réalisation de A implique celle de B, l'événement $A \cap B$ coïncide avec l'événement A.

D'où $A \cap B = A$.

De même $A \cup B = B$.

3. • $B \cap C$ est l'événement « le jeton est une voyelle ET rapporte 1 point ».

$B \cap C$ est réalisé par le tirage d'un jeton portant une voyelle autre que Y.

Il en existe 44.

D'où $p(B \cap C) = \frac{44}{102} = \frac{22}{51}$.

- $B \cup C$ est l'événement « le jeton est une voyelle OU rapporte 1 point ».

On peut compter les issues favorables (ce sont les jetons portant une voyelle OU rapportant 1 point). Il y en a 75.

D'où $p(B \cup C) = \frac{75}{102}$.

Mais $p(B)$, $p(C)$ et $p(B \cap C)$ ayant été calculés précédemment, il est plus habile d'utiliser la propriété du cours :

$$p(B \cup C) + p(B \cap C) = p(B) + p(C).$$

On obtient alors

$$p(B \cup C) = p(B) + p(C) - p(B \cap C)$$

$$= \frac{74}{102} + \frac{45}{102} - \frac{44}{102}$$

$$= \frac{75}{102}$$

Chapitre 8 – Évaluer ses capacités – Résolution détaillée

- \bar{B} est l'événement contraire de B, soit « le jeton ne rapporte pas 1 point ».
Plutôt que de dénombrer les jetons ne rapportant pas 1 point (ne pas oublier les Jokers), on utilise la propriété :

$$p(\bar{B}) = 1 - p(B).$$

$$\text{D'où } p(\bar{B}) = 1 - \frac{74}{102} = \frac{28}{102} = \frac{14}{51}.$$

- $\bar{A} \cap C$ est l'événement « le jeton est une voyelle autre que "A" ».

Les issues favorables sont les jetons portant les lettres E, I, O, U, Y. Il en existe $15+8+6+6+1=36$.

$$\text{D'où } p(\bar{A} \cap C) = \frac{36}{102} = \frac{18}{51} = \frac{6}{17}.$$