

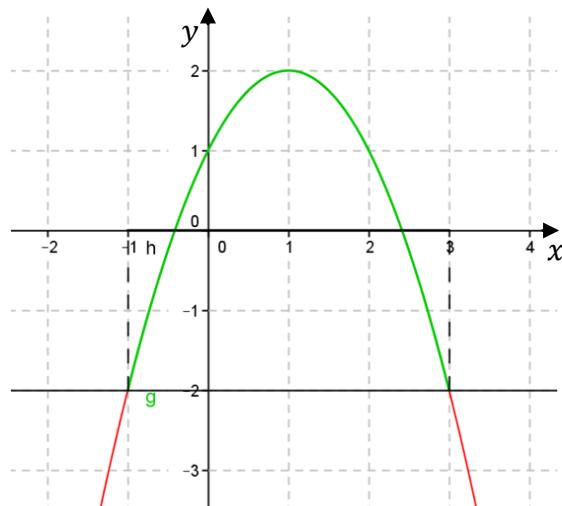
Exercice 94

Question 1

a. Résoudre graphiquement $f(x) > -2$.

On repère les points de la courbe représentant f qui ont une ordonnée supérieure ou égale à -2 : ils sont en vert sur le graphique ci-dessous.

On lit leurs abscisses : ce sont les réels compris entre -1 et 3 . L'ensemble des solutions est $[-1 ; 3]$.



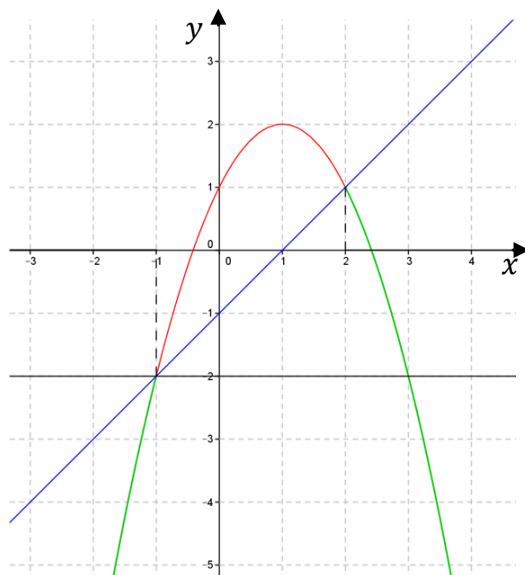
b. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq x - 1$.

C'est une inéquation du type $f(x) \leq g(x)$ où g est la fonction affine définie sur \mathbb{R} par $g(x) = x - 1$.

La fonction g est représentée graphiquement par la droite bleue.

On repère donc les points de la courbe de f situés en-dessous de la droite tracée en bleu.

Ils sont en vert sur le graphique ci-dessous. Puis on lit leurs abscisses : ce sont les réels inférieurs à -1 ou supérieurs à 2 . L'ensemble des solutions est $]-\infty ; -1] \cup [3 ; +\infty[$.



Question 2

a. Tableau de signes de $(x + 1)(-x + 3)$

- Signe de $x + 1$

$x \mapsto x + 1$ est une fonction affine strictement croissante sur \mathbb{R} et qui s'annule en -1 .

Elle est donc négative avant -1 et positive après -1 .

- Signe de $-x + 3$

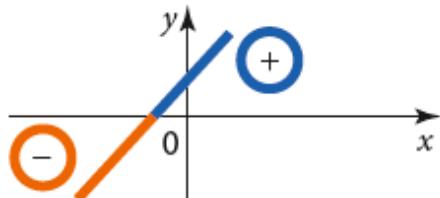
$x \mapsto -x + 3$ est une fonction affine strictement décroissante sur \mathbb{R} et qui s'annule en 3 .

Elle est donc positive avant 3 et négative après 3 .

Conseil

On peut s'appuyer sur le graphique pour visualiser le signe :

- pour $x + 1$



- pour $-x + 3$

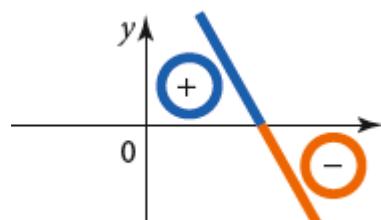


Tableau de signes :

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
Signe de $x + 1$	-	0	+	+
Signe de $-x + 3$	+	+	0	-
Signe du produit $(x + 1)(-x + 3)$	-	0	+	-

Conseil

Bien ranger les valeurs particulières de x dans l'ordre croissant dans la première ligne.

b. On calcule $f(x) + 2$.

$$f(x) + 2 = -x^2 + 2x + 1 + 2 = -x^2 + 2x + 3$$

On développe $(x + 1)(-x + 3)$

$$(x + 1)(-x + 3) = -x^2 + 3x - x + 3 = -x^2 + 2x + 3$$

On constate que pour tout réel x , $f(x) + 2 = (x + 1)(-x + 3)$.

c. En déduire les solutions de l'inéquation $f(x) > -2$.

L'inéquation $f(x) > -2$ équivaut à $f(x) + 2 > 0$

Par la question 2.b. ceci équivaut encore à

$$(x + 1)(-x + 3) > 0.$$

Du tableau de signes de $(x + 1)(-x + 3)$ établi à la question 2.a., on déduit que l'ensemble des solutions est $] -1 ; 3 [$.

Méthode

Pour résoudre $f(x) > -2$

1) On rassemble tous les termes dans le premier membre :

$$f(x) + 2 > 0.$$

2) On a donc à comparer

l'expression $f(x) + 2$ avec 0 c'est-à-dire à étudier son signe ; on choisit pour cela sa forme factorisée et on étudie le signe de ce produit (par un tableau de signes si nécessaire).