

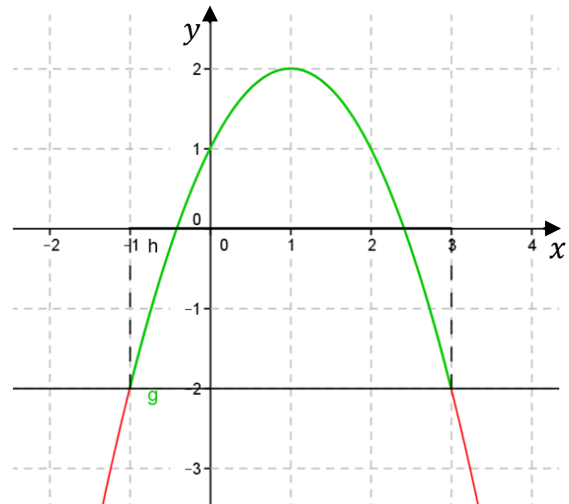
## Exercice 94

### Question 1

a. Résoudre graphiquement  $f(x) > -2$ .

On repère les points de la courbe représentant  $f$  qui ont une ordonnée supérieure ou égale à  $-2$  : ils sont en vert sur le graphique ci-dessous.

On lit leurs abscisses : ce sont les réels compris entre  $-1$  et  $3$ . L'ensemble des solutions est  $[-1 ; 3]$ .



b. Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) \leq x - 1$ .

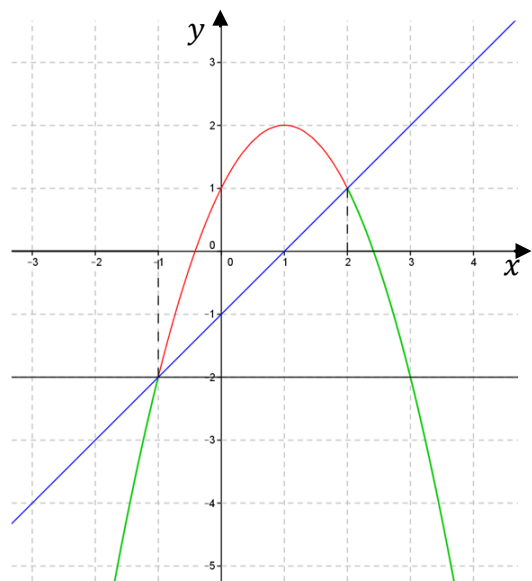
C'est une inéquation du type  $f(x) \leq g(x)$

où  $g$  est la fonction affine définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = x - 1$ .

La fonction  $g$  est représentée graphiquement par la droite bleue.

On repère donc les points de la courbe de  $f$  situés en-dessous de la droite tracée en bleu.

Ils sont en vert sur le graphique ci-dessous. Puis on lit leurs abscisses : ce sont les réels inférieurs à  $-1$  ou supérieurs à  $2$ . L'ensemble des solutions est  $]-\infty ; -1] \cup [2 ; +\infty[$ .



### Question 2

#### a. Tableau de signes de $(x + 1)(-x + 3)$

- Signe de  $x + 1$

$x \mapsto x + 1$  est une fonction affine strictement croissante sur  $\mathbb{R}$  et qui s'annule en  $-1$ .

Elle est donc négative avant  $-1$  et positive après  $-1$ .

- Signe de  $-x + 3$

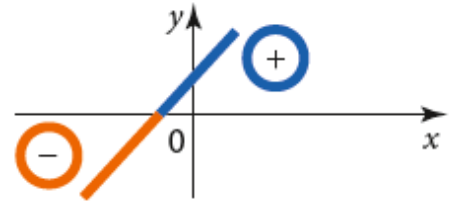
$x \mapsto -x + 3$  est une fonction affine strictement décroissante sur  $\mathbb{R}$  et qui s'annule en  $3$ .

Elle est donc positive avant  $3$  et négative après  $3$ .

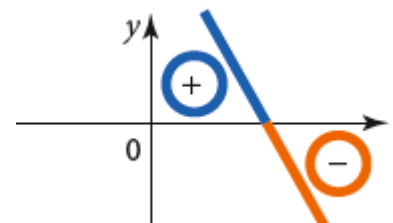
#### ➤ Conseil

On peut s'appuyer sur le graphique pour visualiser le signe :

- pour  $x + 1$



- pour  $-x + 3$



#### Tableau de signes :

$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$
Signe de $x + 1$		$-$	$0$	$+$
Signe de $-x + 3$	$+$	$0$	$+$	$-$
Signe du produit $(x + 1)(-x + 3)$	$-$	$0$	$+$	$-$

#### ➤ Conseil

Bien ranger les valeurs particulières de  $x$  dans l'ordre croissant dans la première ligne.

#### b. On calcule $f(x) + 2$ .

$$f(x) + 2 = -x^2 + 2x + 1 + 2 = -x^2 + 2x + 3$$

On développe  $(x + 1)(-x + 3)$

$$(x + 1)(-x + 3) = -x^2 + 3x - x + 3 = -x^2 + 2x + 3$$

On constate que pour tout réel  $x$ ,  $f(x) + 2 = (x + 1)(-x + 3)$ .

#### c. En déduire les solutions de l'inéquation $f(x) > -2$ .

L'inéquation  $f(x) > -2$  équivaut à  $f(x) + 2 > 0$

Par la question 2.b. ceci équivaut encore à

$$(x + 1)(-x + 3) > 0.$$

Du tableau de signes de  $(x + 1)(-x + 3)$  établi à la question 2.a., on déduit que l'ensemble des solutions est  $] -1 ; 3[$ .

#### ➤ Méthode

Pour résoudre  $f(x) > -2$

1) On rassemble tous les termes dans le premier membre :

$$f(x) + 2 > 0.$$

2) On a donc à comparer l'expression  $f(x) + 2$  avec  $0$  c'est-à-dire à étudier son signe ; on choisit pour cela sa forme factorisée et on étudie le signe de ce produit (par un tableau de signes si nécessaire).