

Exercice 109

1. a. Le coût unitaire est représenté, en fonction du nombre de lots, par la courbe donnée par l'énoncé.

On cherche donc le minimum de la fonction f en cherchant le point « le plus bas » sur la courbe.

Il correspond à l'abscisse $x = 40$ à la précision de lecture graphique près.

Il faut donc produire 40 lots environ pour que le coût unitaire soit minimal.

Remarque : au chapitre 4, on pourra démontrer, par le calcul, que c'est en fait pour 42 lots que le coût unitaire est minimal.

La lecture graphique ne permet pas ici une telle précision.

b. Le coût unitaire pour x lots est $f(x) = x^2 - 84x + 5000$.

Pour $x = 40$, le coût est $f(40) = 40^2 - 84 \times 40 + 5000 = 3240$.

Le coût unitaire minimal est environ 3240 €.

2. a. Quand x lots sont vendus, le coût pour 1 lot est le coût unitaire soit $f(x)$.

Donc pour les x lots, le coût total est

$$C(x) = x \times f(x) = x(x^2 - 84x + 5000).$$

$$\text{Par conséquent, } C(x) = x^3 - 84x^2 + 5000x.$$

Aide

coût total = coût d'un lot × nombre de lots

b. Chaque lot est vendu 5000 €.

Donc les x lots rapportent $5000x$ en euros.

La recette est de $5000x$ en euros.

Le bénéfice est donc $B(x) = 5000x - C(x)$

$$\text{donc } B(x) = 5000x - (x^3 - 84x^2 + 5000x)$$

(attention aux parenthèses à ajouter)

$$\text{D'où } B(x) = 5000x - x^3 + 84x^2 - 5000x$$

et finalement $B(x) = -x^3 + 84x^2$.

Aide

bénéfice = recette totale - coût total

c. Chercher à avoir un bénéfice maximal, c'est chercher la maximum de la fonction B pour x compris entre 0 et 100.

Exemple sur TI83+

On entre la fonction.

Plot1	Plot2	Plot3
$\checkmark Y_1 = -x^3 + 84x^2$		
$\checkmark Y_2 =$		
$\checkmark Y_3 =$		
$\checkmark Y_4 =$		
$\checkmark Y_5 =$		