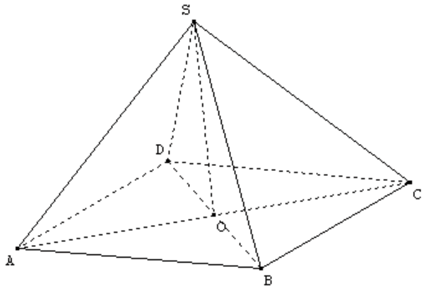
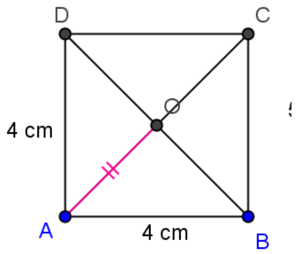
Exercice 81

1. Une représentation en perspective cavalière de la pyramide :



2. $V = \frac{1}{3} base \times hauteur = \frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times 5 = \frac{80}{3}$ (en cm^3).

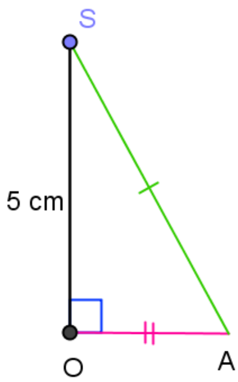
3. On construit :
– le carré ABCD de centre O. Son côté est AB = 4 cm.



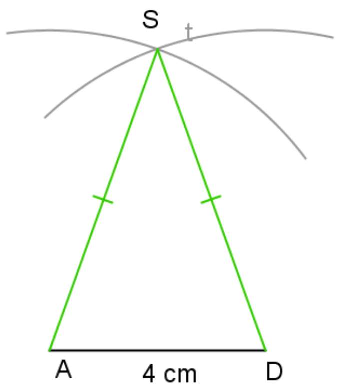
Méthode
On pourra revoir l'exercice résolu 1 page 265.

– le triangle OAS : il est rectangle en O. On connaît OS = 5 cm. On obtient la longueur OA sur la figure précédente et on la reporte au compas depuis la figure précédente.

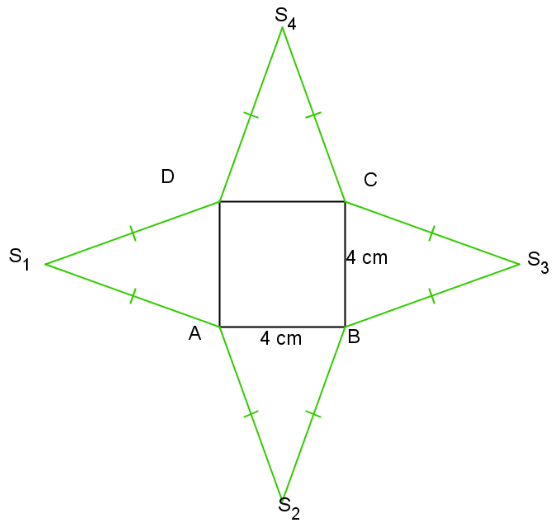
Conseil
Il s'agit de construire géométriquement ces figures. On n'a pas besoin de calculer des longueurs.



– la face ASD est un triangle isocèle en S car la pyramide est régulière donc SA = SD. On sait que AD = 4 cm.
On obtient la longueur AS sur la figure précédente et on la reporte au compas.



4. La pyramide est formée d'une face carré ABCD et de quatre faces qui sont des triangles isocèles de mêmes dimensions que le triangle ASD que l'on vient de tracer.



5. Par le théorème de Pythagore dans le triangle OAS rectangle en O, $SA^2 = OA^2 + OS^2$.
Or $OA = \frac{1}{2}AC$ car avec $AC = AB\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.
Donc $OA^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2 = 8$ et $SA^2 = 8 + 25 = 33$
c'est-à-dire $SA = \sqrt{33}$ (en cm).

Remarque
La longueur de la diagonale d'un carré de côté a est $a\sqrt{2}$. On démontre ce résultat par le théorème de Pythagore ; on peut aussi l'utiliser directement.