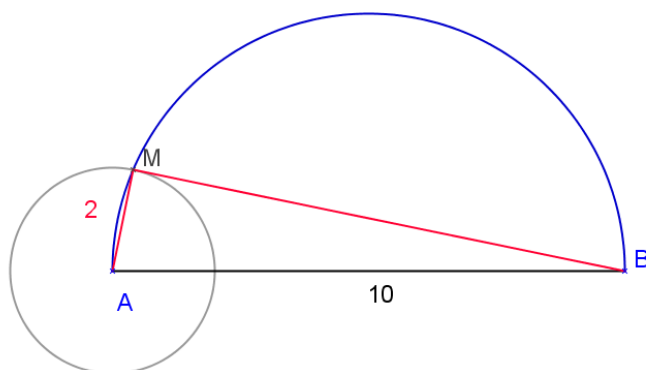


Exercice 74

1. a. On place M à l'intersection du cercle de centre A et de rayon 2 cm et du demi-cercle \mathcal{C} .



(unité de longueur non respectée)

1. b. [AM] est une corde du cercle de diamètre [AB].

La plus grande corde possible est un diamètre du cercle. Le diamètre du cercle est 10 cm. Donc $0 \leq AM \leq AB$ soit $0 \leq AM \leq 10$.

2. a. Le point M appartenant au cercle de diamètre [AB], le triangle AMB est rectangle en M

b. L'aire du triangle AMB, rectangle en M, est :

$$\text{aire}(\text{AMB}) = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{MA \times MB}{2} = \frac{1}{2} MA \times MB.$$

Par l'égalité de Pythagore : $AM^2 + MB^2 = AB^2$.

Or $AB = 10$ donc $AM^2 + MB^2 = 100$ et par conséquent $MB^2 = 100 - AM^2$.

Comme MB est positive,

$$MB = \sqrt{100 - AM^2}$$

On en déduit que :

$$\text{Aire}(\text{AMB}) = \frac{1}{2} AM \sqrt{100 - AM^2}$$

3. a. La variable est la longueur AM (exprimée en cm).

L'ensemble de définition de la fonction f est l'ensemble des valeurs que peut prendre AM c'est-à-dire l'ensemble de tous les nombres entre 0 et 10.

L'ensemble de définition de la fonction est donc l'intervalle $[0 ; 10]$.

➤ Conseil

Utiliser l'un des fichiers d'animation GeoGebra ou Geoplan disponibles sur le site élève : déplacer le point M et observer les mesures de la longueur AM.

➤ Conseil

Bien observer la formule cherchée. L'aire y est exprimée uniquement en fonction de AM. On cherche donc à exprimer MB en fonction de AM.

➤ Méthode

La fonction f associe à la longueur AM l'aire du triangle AMB. On peut schématiser ce lien ainsi :

$$f : AM \mapsto \text{aire}(\text{AMB})$$

↑
la variable

2. b. On a $\text{aire}(\text{AMB}) = \frac{1}{2} \text{AM} \times \sqrt{100 - \text{AM}^2}$.
Avec $x = \text{AM}$ et $f(x) = \text{aire}(\text{AMB})$ on déduit que :

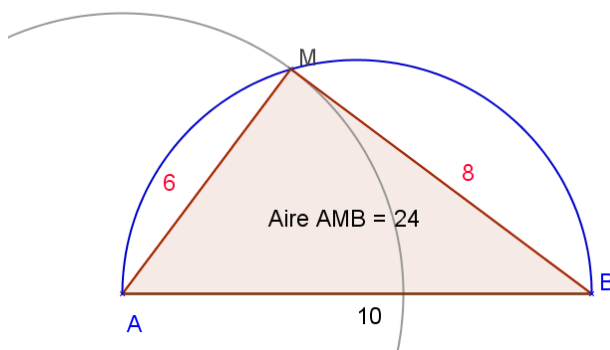
$$f(x) = \frac{1}{2}x \times \sqrt{100 - x^2}$$

4. On lit deux antécédents de 24 sur la courbe représentant f : 6 et 8.

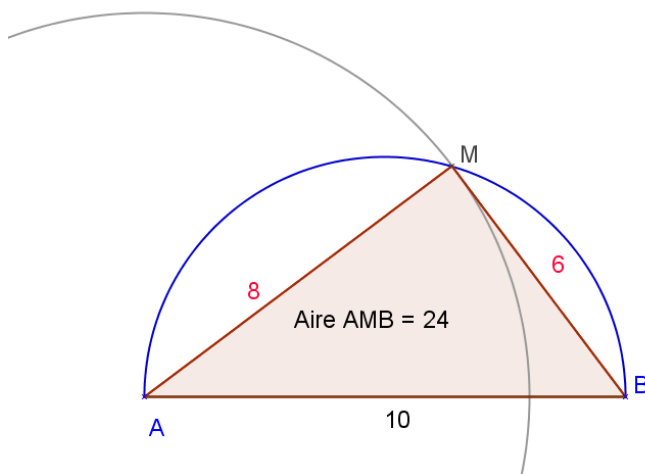
Géométriquement cela signifie que l'aire de AMB est égale à 24 cm^2 quand $\text{AM} = 6 \text{ cm}$ ou $\text{AM} = 8 \text{ cm}$.

On peut tracer les figures correspondantes.
(l'unité de longueur, 1 cm, n'est pas respectée sur les figures ci-dessous).

Pour $\text{AM} = 6$:



Pour $\text{AM} = 8$:



➤ Méthode

En appelant x la variable AM, on passe de :

$$f : \text{AM} \mapsto \text{aire}(\text{AMB})$$

à

$$f : x \mapsto \underbrace{\text{aire}(\text{AMB})}_{f(x)}$$

➤ Conseil

Retrouver ces résultats sur l'un des fichiers Geoplan ou GeoGebra disponibles sur le site élève, en déplaçant le point M.

