

## Exercice 45 Résolution détaillée

Lors de cinq parties à un jeu vidéo, Max a obtenu successivement : 155, 319, 457, 224 et 393 points.

### Question

Quel score entier devrait-il obtenir lors d'une sixième partie pour que sa moyenne augmente et qu'il gagne en régularité avec un écart-type inférieur à 100 ?

#### Etape 0

##### Situation initiale

Une calculatrice ou un logiciel permet de calculer la moyenne et l'écart-type de la série initiale.

155	319	457	224	393
	moyenne	$m$	309,6	
	écart type	$\sigma$	109,5438	

#### Etape 1

##### Recherche de conditions nécessaires

Notons  $x$  le sixième score recherché.

- l'ajout de  $x$  à la série initiale devant avoir pour effet d'augmenter la moyenne de la série, il est nécessaire que  $x$  soit supérieur à la moyenne. Cette condition s'écrit :  $x > 309,6$

- l'énoncé apporte une nouvelle condition sur  $x$ . C'est que le score  $x$  est entier.

- l'ajout de  $x$  à la série initiale devant avoir pour effet de rendre les scores de Max plus réguliers, plus homogènes, c'est-à-dire moins dispersés autour de leur moyenne, il est nécessaire que l'écart-type de la série des six scores ait un écart-type  $\sigma'$  plus petit que celui de la série initiale. Cette condition s'écrit :  $\sigma' < \sigma$ , c'est-à-dire  $\sigma' < 109,5438$ .

- l'énoncé apporte une nouvelle condition plus contraignante sur  $\sigma'$ . Elle s'écrit :  $\sigma' < 100$ .

**On retient donc trois conditions nécessaires :  $x$  est entier ;  $x > 309,6$  ;  $\sigma' < 100$ .**

#### Méthode

Avant d'envisager l'ajout d'un sixième score, il paraît naturel de commencer par calculer la moyenne et l'écart-type des cinq scores initiaux.

Ensuite, la recherche du sixième score peut s'effectuer en deux étapes.

Etape 1 : Rechercher des critères que doivent nécessairement satisfaire ce sixième score pour avoir les effets voulus sur la série.

Etape 2 : Construire de tels « sixième score » selon ces critères et vérifier s'ils sont solution ou non du problème.

## Etape 2

### Recherche de candidats $x$ et vérification

Les candidats peuvent être 310, 311, 312 ... sous réserve d'avoir  $\sigma' < 100$ .

Il reste à les tester :

155	319	457	224	393	310
	moyenne	$m'$	309,6667		
	écart type	$\sigma'$	99,99944		

155	319	457	224	393	311
	moyenne	$m'$	309,8333		
	écart type	$\sigma'$	100,0007		

155	319	457	224	393	312
	moyenne	$m'$	310		
	écart type	$\sigma'$	100,0033		

#### Remarque

si un candidat  $x$  ne convient pas, parce que conduisant à un écart-type supérieur à 100 (c'est déjà le cas de  $x = 311$ ), il est inutile d'espérer trouver un candidat plus grand qui conviendrait.

En effet, plus  $x$  est grand, plus il s'éloigne de la moyenne  $m'$  de la série (car lorsque  $x$  entier augmente de 1, la moyenne  $m'$  augmente seulement de  $1/6$  et l'écart entre  $x$  et  $m'$  se trouve donc augmenté).

L'écart-type  $\sigma'$  qui prend en compte les carrés des écarts des valeurs autour de leur moyenne augmente donc lorsque  $x$  augmente.

En conclusion, si 311 ne convient pas, il en est de même de 312 et des suivants.

#### Bilan

- Les conditions de l'énoncé sont satisfaites si Max réalise un sixième score égal à 310, mais ne le sont pas lorsque son score est 311 ou 312.
- Suite à la remarque ci-contre, aucun des scores supérieurs à 310 ne peut convenir.

#### Conclusion

**Max doit réaliser un sixième score égal à 310 pour que toutes les contraintes de l'énoncé soient satisfaites.**