

Exercice 44 Résolution détaillée

Un site A de vente de livres par Internet désire réaliser une étude statistique sur l'âge de sa clientèle. Les résultats sont donnés ci-contre.

x_i	[18 ; 20[[20 ; 25[[25 ; 30[[30 ; 35[[35 ; 40[
n_i	190	349	362	378	405
x_i	[40 ; 45[[45 ; 50[[50 ; 55[[55 ; 60[60 et plus
n_i	216	200	250	200	232

Question 1

Estimer la moyenne \bar{x} et l'écart-type σ des âges des clients de cette entreprise.

On prendra 65 ans pour centre de la classe « 60 et plus ».

En nommant c_i , avec i variant de 1 à 10, le centre d'une classe, on obtient la série suivante :

c_i	19	22,5	27,5	32,5	37,5
n_i	190	349	362	378	405
c_i	42,5	47,5	52,5	57,5	65
n_i	216	200	250	200	232

Méthode

Lorsque les données d'une série ont été regroupées en classes, on calcule la moyenne et l'écart-type de la série en considérant que dans chaque classe, toutes les valeurs sont égales à son centre.

Avec une calculatrice

En entrant les deux listes c_i et n_i , on obtient (voir instructions sur la jaquette) :

$\bar{x} = 38,56$ et $\sigma = 13,71$

1-Variable	
\bar{x}	=38.5603882
Σx	=107275
Σx^2	=4.6597E+06
σx	=13.7133847
sx	=13.71585
n	=2782

Conseil

Le calcul de la moyenne et de l'écart-type d'une série ($c_i ; n_i$) peut se faire à l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur.

L'outil le mieux adapté est peut-être la calculatrice.

Avec un tableur

Il faut commencer par entrer les deux listes c_i et n_i dans deux lignes (ou deux colonnes) de la feuille de calcul.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3		c_i	19	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5	57,5	65
4		n_i	190	349	362	378	405	216	200	250	200	232
5												

On peut alors calculer : • l'effectif total N de la série • la moyenne m de la série

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3		c_i	19	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5	57,5	65
4		n_i	190	349	362	378	405	216	200	250	200	232
5												
6		effectif total	N	2782								
7		moyenne	m	38,56								

Le calcul de la variance V et de l'écart-type σ de la série nécessite la parfaite connaissance de la définition de ces indicateurs :

$$\bullet V = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{10} n_i (c_i - m)^2 \quad \bullet \sigma = \sqrt{V}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2		$(c_i - m)^2$	382,61	257,94	122,33	36,73	1,12	15,52	79,92	194,31	358,71	699,05
3		c_i	19	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5	57,5	65
4		n_i	190	349	362	378	405	216	200	250	200	232
5												
6		effectif total	N	2782								
7		moyenne	m	38,56								
8		variance	V	188,06								
9		écart-type	σ	13,71								
10												

Question 2

Comparer la clientèle de ce site à celle d'un site B dont les âges ont pour moyenne 37,0 ans et pour écart-type 14,4 ans.

Il s'agit de comparer les couples (moyenne ; écart-type) résumant les séries des âges des clients des sites A et B et d'interpréter les écarts observés.

	Site A	Site B
moyenne	38,6	37,0
écart-type	13,7	14,4

On peut observer que :

- L'âge moyen des clients est plus élevé pour le site A que pour le site B (écart de 1,6 ans).
- Les âges des clients du site A sont plus homogènes que les âges des clients du site B (écart-type égal à 13,7 pour A et à 14,4 pour B).

Conseil

Pour que moyenne et écart-type se prêtent aux comparaisons et aux interprétations, il importe de bien connaître leurs définitions (voir définitions 3 et 4, page 194) et de savoir leur donner du sens (voir les remarques qui leur sont associées, page 194).