Exercice 109 Résolution détaillée

1. Voir la démonstration de la propriété 2 page 140.

> **Conseil**
>
> On peut s'aider de l'interprétation géométrique de l'activité 4 page 135 pour s'en souvenir.

2. a. le 100^e^ terme de cette série est w_{99}.La suite étant arithmétique de raison $r = 3$et de premier terme $w_0 = 2$, on a pour tout n de $\mathbb{N}$:
$w_n = w_0 + n \times r$, donc $w_{99} = 2 + 99 \times 3 = 299$.

> **Conseil**
>
> • 1, 2, ..., n est une liste de n termes (n entier, $n \geq 1$).
> • 1, 2, ..., 99 est une liste de 99 termes donc 0, 1, 2, ..., 99 est une liste de 100 termes.

b. La somme des 100 premiers termes de cette suite est $\mathrm{S} = w_0 + w_1 + \ \dots + w_{99}$.
On a donc :
$w_0 = 2$
$w_1 = w_0 + 1 \times 3 = 2 + 1 \times 3$
$w_2 = w_0 + 2 \times 3 = 2 + 2 \times 3$
Etc. jusqu'à
$w_{99} = 2 + 99 \times 2$

Donc en remplaçant :
$\mathrm{S} = 2 + (2 + 1 \times 3) + (2 + 2 \times 3) + \ \dots + (2 + 99 \times 3)$

$$\mathrm{S} = \underbrace{2 + 2 + 2 + \dots + 2}_{\text{On ajoute 100 termes égaux à 2}} + 1 \times 3 + 2 \times 3 + \dots + 99 \times 3$$

$\mathrm{S} = 2 \times 100 + 3 \times (1 + 2 + \cdots + 99)$

$\mathrm{S} = 200 + 3 \times \dfrac{99 \times 100}{2}$

$\mathrm{S} = 15\,050$.

> **Méthode**
>
> Pour calculer la somme de termes d'une suite arithmétique (w_n) de raison r et de premier terme w_0,
> • on écrit chaque terme en fonction du premier terme :
> $w_1 = w_0 + r$;
> $w_2 = w_0 + 2r$;
> Etc. jusqu'au dernier terme de la somme,
> • on regroupe tous les premiers termes w_0 d'un coté et les autres de l'autre,
> •on utilise la formule de calcul $1 + 2 + \cdots + n$ (propriété 2 page 140).