Exercice 89 Résolution détaillée

a. $f(x) = x^2 + 3x - 4$ pour tout x réel.
f est une fonction polynôme dérivable sur $\mathbb{R}$.
On a $f(x) = x^2 + 3x - 4$
donc
$$f'(x) = 2x + 3 \times 1 - 0$$
soit
$$\boldsymbol{f'(x) = 2x + 3.}$$

b. $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 2x$ pour tout x réel.
f est une fonction polynôme dérivable sur $\mathbb{R}$.
On a $f(x) = 2 \times x^3 + 5 \times x^2 - 2 \times x$
donc
$$f'(x) = 2 \times (3x^2) + 5 \times (2x) - 2 \times 1$$
soit
$$\boldsymbol{f'(x) = 6x^2 + 10x - 2}$$

c. La fonction f est de la forme $u \times v$ avec u et v définies pour $x \geq 0$ par $u(x) = 2x - 1$ et $v(x) = \sqrt{x}$.
u est dérivable sur $\mathbb{R}$, v est dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$.
Donc u et v sont dérivables sur $]0\,;\,+\infty[$ et pour $x > 0$ on a $u'(x) = 2$ et $v'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$.
Donc f est dérivable pour $x > 0$ et
$$f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) = 2\sqrt{x} + \frac{(2x-1)}{2\sqrt{x}}$$

D'où :
$$f'(x) = \frac{4x + 2x - 1}{2\sqrt{x}} = \frac{6x - 1}{2\sqrt{x}}.$$

d. Pour tout $x \neq \frac{4}{3}$, la fonction f est de la forme $\frac{u}{v}$ avec u et v définies par $u(x) = 2x + 5$ et $v(x) = 4 - 3x$.
De plus u et v sont dérivables sur $\mathbb{R}$ et $v(x) \neq 0$ pour tout $x \neq \frac{4}{3}$ avec $u'(x) = 2$ et $v'(x) = -3$.
Donc f est dérivable en tout $x \neq \frac{4}{3}$ et
$$f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{\left(v(x)\right)^2} = \frac{2(4-3x) - (2x+5)(-3)}{(4-3x)^2} = \frac{23}{(4-3x)^2}.$$

Conseil

Bien reconnaître la structure de $f(x)$ pour identifier la formule à appliquer : s'agit-il d'une somme, d'un produit, d'un quotient ?

Dans les questions a. et b., $f(x)$ une somme $u(x) + v(x) + w(x)$.
Donc
$f'(x) = u'(x) + v'(x) + w'(x)$

Dans la question c., $f(x)$ est un produit $u(x) \times v$(x). Donc
$f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$.

Dans la question d., $f(x)$ est un quotient $\frac{u(x)}{v(x)}$. Donc
$$f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v(x)^2}.$$