

## Exercice 49 Résolution détaillée

Un site A de vente de livres par Internet désire réaliser une étude statistique sur l'âge de sa clientèle. Les résultats sont donnés ci-contre.

$x_i$	[18 ; 20[	[20 ; 25[	[25 ; 30[	[30 ; 35[	[35 ; 40[
$n_i$	190	349	362	378	405
$x_i$	[40 ; 45[	[45 ; 50[	[50 ; 55[	[55 ; 60[	60 et plus
$n_i$	216	200	250	200	232

### Question 1

**Estimer la moyenne  $\bar{x}$  et l'écart-type  $\sigma$  des âges des clients de cette entreprise.**

On prendra 65 ans pour centre de la classe « 60 et plus ».

En nommant  $c_i$ , avec  $i$  variant de 1 à 10, le centre d'une classe, on obtient la série suivante :

$c_i$	19	22,5	27,5	32,5	37,5
$n_i$	190	349	362	378	405
$c_i$	42,5	47,5	52,5	57,5	65
$n_i$	216	200	250	200	232

### Méthode

Lorsque les données d'une série ont été regroupées en classes, on calcule la moyenne et l'écart-type de la série en considérant que dans chaque classe, toutes les valeurs sont égales à son centre.

### Avec une calculatrice

En entrant les deux listes  $c_i$  et  $n_i$ , on obtient (voir instructions sur la jaquette) :

$\bar{x} = 38,56$  et  $\sigma = 13,71$

1-Variable	
$\bar{x}$	=38.5603882
$\Sigma x$	=107275
$\Sigma x^2$	=4.6597E+06
$\sigma x$	=13.7133847
$sx$	=13.71585
$n$	=2782

### Conseil

Le calcul de la moyenne et de l'écart-type d'une série ( $c_i$ ;  $n_i$ ) peut se faire à l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur.

L'outil le mieux adapté est peut-être la calculatrice.

### Avec un tableur

Il faut commencer par entrer les deux listes  $c_i$  et  $n_i$  dans deux lignes (ou deux colonnes) de la feuille de calcul.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3		$c_i$	19	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5	57,5	65
4		$n_i$	190	349	362	378	405	216	200	250	200	232
5												

On peut alors calculer : • l'effectif total  $N$  de la série • la moyenne  $m$  de la série

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2												
3		$c_i$	19	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5	57,5	65
4		$n_i$	190	349	362	378	405	216	200	250	200	232
5												
6		effectif total	$N$	2782								
7		moyenne	$m$	38,56								

Formules Excel :  
 Cellule D6 : `=SOMME(C4:L4)`  
 Cellule D7 : `=SOMMEPROD(C3:L3;C4:L4)/D6`

Le calcul de la variance  $V$  et de l'écart-type  $\sigma$  de la série nécessite la parfaite connaissance de la définition de ces indicateurs :

•  $V = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{10} n_i (c_i - m)^2$  •  $\sigma = \sqrt{V}$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2		$(c_i - m)^2$	382,61	257,94	122,33	36,73	1,12	15,52	79,92	194,31	358,71	699,05
3		$c_i$	19	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5	57,5	65
4		$n_i$	190	349	362	378	405	216	200	250	200	232
5												
6		effectif total	$N$	2782								
7		moyenne	$m$	38,56								
8		variance	$V$	188,06								
9		écart-type	$\sigma$	13,71								
10												

Formules Excel :  
 Cellule D6 : `=SOMME(C4:L4)`  
 Cellule D7 : `=SOMMEPROD(C3:L3;C4:L4)/D6`  
 Cellule D8 : `=SOMMEPROD(C2:L2;C4:L4)/D6`  
 Cellule D9 : `=RACINE(D8)`

## Question 2

**Comparer la clientèle de ce site à celle d'un site B dont les âges ont pour moyenne 37,0 ans et pour écart-type 14,4 ans.**

Il s'agit de comparer les couples (moyenne ; écart-type) résumant les séries des âges des clients des sites A et B et d'interpréter les écarts observés.

	Site A	Site B
moyenne	38,6	37,0
écart-type	13,7	14,4

On peut observer que :

- L'âge moyen des clients est plus élevé pour le site A que pour le site B (écart de 1,6 ans).
- Les âges des clients du site A sont plus homogènes que les âges des clients du site B (écart-type égal à 13,7 pour A et à 14,4 pour B).

### Conseil

Pour que moyenne et écart-type se prêtent aux comparaisons et aux interprétations, il importe de bien connaître leurs définitions (voir définitions 3 et 4, page 194) et de savoir leur donner du sens (voir les remarques qui leur sont associées, page 194).